



# آزمون ۶ بهمن ۱۴۰۲ اختصاصی دوازدهم ریاضی

## دفترچه پاسخ

| نام طراحان   | نام درس               | اختصاصی |
|--|-----------------------|---------|
| مسعود برملا-شاهین پروازی-عادل حسینی-افشین خاصه-خان-عباس خسروگردی-طاهر دادستانی-یاسین سپهر-حبیب شفیعی-جمشید عباسی-حمید عزیزاده-کامیار علییون-کیا مقدس نیاک-جهانبخش نیکنام   | حسابان ۲ و ریاضی پایه |         |
| امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی   | هندسه                 |         |
| امیرحسین ابومحبوب-اسحاق اسفندیار-سیدمحمدرضا حسینی-فرد-افشین خاصه-خان-کیوان دارابی-سوگند روشنی-محمد صحت کار-هومن عقیلی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی   | ریاضیات گسسته         |         |
| کامران ابراهیمی-مهران اسماعیلی-عباس اصغری-زهره آقامحمدی-علی برزگر-علیرضا جباری-دانیال راستی-محمدجواد سورچی-مهدی شریفی-پوریا علاقه‌مند-غلامرضا محبی-آراس محمدی-سیده‌ملیحه میرصالحی-حسام نادری-مجتبی نکوئیان-محمد نهاوندی-مقدم | فیزیک                 |         |
| هدی بهاری‌پور-احسان پنجه‌شاهی-محمدرضا پورجاوید-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-روزبه رضوانی-محمد عظیمیان‌زواره-پارسا عیوض‌پور-میثم کوثری‌لشگری-علیرضا کیانی‌دوست-هادی مهدی‌زاده   | شیمی                  |         |

### گزینشگران و ویراستاران

| نام درس                        | حسابان ۲ و ریاضی پایه             | هندسه                        | ریاضیات گسسته                | فیزیک                               | شیمی                                       |
|--------------------------------|-----------------------------------|------------------------------|------------------------------|-------------------------------------|--|
| گزینشگر                        | عادل حسینی                        | کیوان دارابی<br>محمد صحت کار | کیوان دارابی<br>محمد صحت کار | حسام نادری                          | امیر حاتمیان                               |
| گروه ویراستاری                 | مهدی ملارمضانی<br>سعید خان بابایی | مهرداد ملوندی                | مهرداد ملوندی                | دانیال راستی<br>زهره آقامحمدی       | محمدحسن محمدزاده مقدم<br>امیرحسین مسلمی    |
| بازبینی نهایی<br>رتبه‌های برتر | سهیل تقی‌زاده                     | مهبد خالئی                   | مهبد خالئی                   | معین یوسفی‌نیا<br>حسین بصیرتر کمپور | علی رضایی<br>احسان پنجه‌شاهی<br>مهدی سهامی |
| مسئول درس                      | عادل حسینی                        | امیرحسین ابومحبوب            | امیرحسین ابومحبوب            | حسام نادری                          | پارسا عیوض‌پور                             |
| مستندسازی                      | سمیه اسکندری                      | سرژ یقیا‌زاریان تبریزی       | سرژ یقیا‌زاریان تبریزی       | علیرضا همایون‌خواه                  | امیرحسین مرتضوی                            |

### گروه فنی و تولید

|                |  |
|----------------|--|
| مدیر گروه      | مهرداد ملوندی                                      |
| مسئول دفترچه   | نرگس غنی‌زاده                                      |
| گروه مستندسازی | مدیر گروه: محیا اصغری<br>مسئول دفترچه: الهه شهبازی |
| حروف‌نگار      | فرزانه فتح‌اله‌زاده                                |
| ناظر چاپ       | سوران نعیمی  |

### گروه آزمون

### بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



## حسابان ۲

## گزینه ۱ «۲»

(عادل مسینی)

در یک همسایگی  $x = -3$  تابع  $f$  با تابع  $y = -5x - 1$  مساوی است و از آنجا که شیب این خط برابر  $-5$  است، شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f$  همان  $f'(-3)$  برابر  $-5$  است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

## گزینه ۱ «۱»

(ظاهر دارستانی)

تعریف مشتق را می‌نویسیم:

$$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^{\frac{4}{3}} - 0}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^{\frac{4}{3}}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{\frac{1}{3}} = 0$$

(مسابان ۲- صفحه ۸۰)

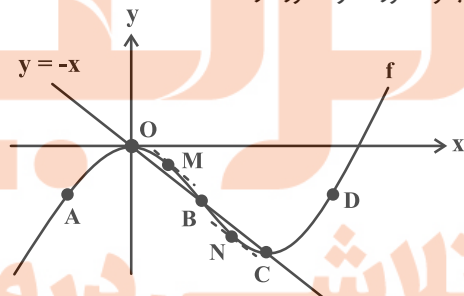
## گزینه ۳ «۳»

(عادل مسینی)

$$g(x) = \sqrt{x \left( \frac{f'(x)+1}{f'(x)} \right)} \Rightarrow D_g = \left\{ x \mid x \left( \frac{f'(x)+1}{f'(x)} \right) \geq 0 \right\}$$

اگر  $x \leq 0$  باشد، باید  $\frac{f'(x)+1}{f'(x)} \leq 0$  یا  $-1 \leq f'(x) < 0$  باشد که در  $x$  های منفی امکان‌پذیر نیست.

اگر  $x > 0$  باشد، باید  $f'(x) > 0$  یا  $f'(x) \leq -1$  باشد که با توجه به شکل زیر این مجموعه  $(x_C, +\infty) \cup [x_M, x_N]$  است. نقاط  $B$  و  $D$  در مجموعه مورد نظر حضور دارند.



نقاط  $M$  و  $N$  تقاطی روی نمودار هستند که مشتق در آن‌ها دقیقاً برابر  $-1$  می‌شود. (مسابان ۲- صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

## گزینه ۴ «۴»

(جمشید عباسی)

عبارت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$  تعریف مشتق تابع است:

$$\Rightarrow f'(x) = 3x \Rightarrow f'(3) = 9$$

حال داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x^2 - 9} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{(x+3)(x-3)} = \frac{1}{6} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = \frac{1}{6} f'(3) = \frac{3}{2}$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

## گزینه ۱ «۱»

(جمشید عباسی)

$f(-2) = -2$  و با توجه به نمودار  $f'(-2) = \frac{1}{4}$  است؛ زیرا شیب خط مماس رسم شده برابر  $\frac{1}{4}$  است.

$$\Rightarrow g'(-2) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x) - g(-2)}{x - (-2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)f(x)}{x+2} = f(-2) = -2$$

(مسابان ۲- صفحه ۸۰)

## گزینه ۳ «۳»

(عادل مسینی)

خط بر نمودار تابع  $f$  مماس است؛ یعنی  $f(-\frac{1}{4}) = -\frac{5}{4}$  و  $f'(-\frac{1}{4}) = 3$  است. حال چون  $\frac{y}{\frac{1}{4}} = \frac{3}{\frac{1}{4}}$  (طول رأس سهمی) است، نقاط به طول  $x = -\frac{1}{4}$  و  $x = \frac{3}{4}$  روی نمودار تابع  $f$  هم‌عرض‌اند و در نتیجه مشتق تابع در این نقاط قرینه یکدیگرند. پس  $f'(\frac{3}{4}) = -3$  است. داریم:

$$x = \frac{3}{4} \quad y - f\left(\frac{3}{4}\right) = f'\left(\frac{3}{4}\right)\left(x - \frac{3}{4}\right)$$

$$y + \frac{5}{4} = -3\left(x - \frac{3}{4}\right) \Rightarrow y = -3x + 8$$

عرض از مبدأ این خط برابر ۸ است.

(مسابان ۲- مشابه کار در کلاس صفحه ۸۰)

## گزینه ۲ «۲»

(ممد علیزاده)

از تعریف حد در تساوی  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - 5}{h} = -6$  نتیجه می‌گیریم که  $f(2) = 5$  است؛ زیرا تابع  $f$  در  $x = 2$  پیوسته است. همچنین  $-6 = 2f'(2)$  و در نتیجه  $f'(2) = -3$  است. حال معادله خط مماس بر نمودار تابع در  $x = 2$  را می‌نویسیم:

$$y - f(2) = f'(2)(x - 2) \Rightarrow y = -3x + 11$$

$f(4) = 0$  و عرض نقطه به طول  $x = 4$  روی خط مماس برابر  $-1$  است، پس داریم:

$$\Delta = f(4) - y = \text{خط مماس} = 1$$

عرض نقطه به طول  $x = 1$  روی خط مماس برابر ۸ است و اختلاف این عدد با  $f(1) = 2$  برابر  $2\Delta = 2$  است، در نتیجه  $f(1) = 8 + 2 = 10$  است.

(مسابان ۲- مشابه تمرین صفحه ۸۳)

## گزینه ۴ «۴»

(عادل مسینی)

ابتدا ضابطه تابع  $h(x) = (f - g)(x)$  را می‌سازیم:

$$h(x) = x \log_4 x^2 - \log_4 x = 2x \log_4 x - \frac{1}{4} \log_4 x$$

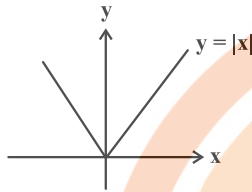


**حسابان ۲- پیشروی سریع**

گزینه «۳» - ۱۱

(عادل حسینی)

نمودار تابع  $y = |x|$  مطابق شکل زیر است:



که در  $x = 0$  مشتق‌های چپ و راست متناهی اما نابرابر دارد.

(حسابان ۲- صفحه ۸۹)

گزینه «۴» - ۱۲

(عادل حسینی)

تابع  $y = |x + \frac{1}{2}|$  در  $x = -\frac{1}{2}$  و تابع  $y = |x|$  در  $x = 0$  مشتق‌ناپذیر است.

مشتق‌ناپذیر است، پس تابع  $f$  در  $x \in \{-\frac{1}{2}, 0\}$  مشتق‌ناپذیر است.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

گزینه «۴» - ۱۳

(ظاهر راستانی)

دامنه تابع  $f$  بازه  $[0, 4]$  است؛ زیرا:

$$4x - x^2 = x(4 - x) \geq 0 \Rightarrow D_f = [0, 4]$$

تابع  $f$  در همسایگی چپ  $x = 0$  و همسایگی راست  $x = 4$  تعریف نشده است، بنابراین در  $x = 0$  مشتق چپ و در  $x = 4$  مشتق راست ندارد.

پس در این نقاط  $f'$  تعریف نمی‌شود. به علاوه، می‌توان گفت:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f'(x) = -\infty$$

پس داریم:  $D_{f'} = D_f - \{0, 4\} = (0, 4)$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

گزینه «۴» - ۱۴

(شاهین پروازی)

ابتدا تابع  $f \circ f$  را حساب می‌کنیم:

$$(f \circ f)(x) = \begin{cases} 1 - f(x) & ; f(x) < 1 \\ (f(x) - 1)^2 + 1 & ; f(x) \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f \circ f)(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \leq 0 \\ x & ; 0 < x < 1 \\ (x - 1)^2 + 1 & ; x \geq 1 \end{cases}$$

تابع  $f \circ f$  در  $x = 0$  ناپیوسته و در  $x = 1$  مشتق‌های چپ و راست نابرابر دارد، پس این تابع ۲ نقطه مشتق‌ناپذیر دارد. مجموعه نقاط مشتق‌ناپذیر توابع داده شده در گزینه‌ها به ترتیب  $\{0\}$ ،  $\{4\}$ ،  $\{0, 4\}$  و  $\{0, 4\}$  است، پس تابع  $f \circ f$  و تابع گزینه «۴» در تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر یکسان هستند.

(حسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

$$= (2x - \frac{1}{2}) \log_2 x$$

$h(\frac{1}{4}) = 0$  است و برای مشتق آن داریم:

$$h'(\frac{1}{4}) = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{(2x - \frac{1}{2}) \log_2 x}{x - \frac{1}{4}} = 2 \log_2 \frac{1}{4} = -4$$

پس معادله خط مماس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - 0 = -4x + 1 \Rightarrow 4x + y - 1 = 0$$

(حسابان ۲- صفحه ۸۰)

گزینه «۱» - ۹

(فییب شفیی)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^3(\frac{\pi}{4} + h) - f^3(\frac{\pi}{4})}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})) (f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\pi}{4} + h) - f(\frac{\pi}{4})}{h} \times \lim_{h \rightarrow 0} (f^2(\frac{\pi}{4} + h) + f(\frac{\pi}{4})f(\frac{\pi}{4} + h) + f^2(\frac{\pi}{4}))$$

$$= f'(\frac{\pi}{4}) \times 3f^2(\frac{\pi}{4})$$

$$\xrightarrow{f(\frac{\pi}{4}) = f'(\frac{\pi}{4}) = 1} 3f'(\frac{\pi}{4})f^2(\frac{\pi}{4}) = 3$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

گزینه «۳» - ۱۰

(کیا مقرس نیاک)

$$m = \frac{-1 - 0}{0 - \frac{1}{3}} = \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

$$\text{معادله خط: } y - (-1) = 3(x - 0) \Rightarrow y = 3x - 1$$

این خط در نقطه  $x = 1$  بر تابع  $f$  عمود است، پس:

$$f(1) = 3(1) - 1 = 2, \quad f'(1) = \frac{-1}{m} = -\frac{1}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f^2(x) + f(x) - 6}{f(x)(2 - 2x)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(f(x) + 3)(f(x) - 2)}{f(x)(2 - 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} \times \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + 3}{-2f(x)} = (-\frac{1}{3}) \times \frac{2 + 3}{-2(2)}$$

$$= (-\frac{1}{3}) \times (-\frac{5}{4}) = \frac{5}{12}$$

(حسابان ۲- صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰)



## ۱۵- گزینه «۴»

(کامیار علیون)

خط  $x = a - 1$  مجانب قائم نمودار تابع است و معادله خطوطی که بر نمودار تابع مماس قائم هستند، صفرهای تابع یا جواب‌های معادله  $x^2 - ax - 1 = 0$  هستند. مجانب قائم از این دو خط فاصله یکسانی دارد، یعنی وسط آن‌ها است، در نتیجه  $a - 1$  باید میانگین ریشه‌های معادله  $x^2 - ax - 1 = 0$  یا طول رأس سهمی  $y = x^2 - ax - 1$  باشد، پس داریم:

$$a - 1 = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x - 1}}{x - 1} \Rightarrow f(a) = f(2) = \frac{-1}{1} = -1$$

(مسابان ۲- مکمل مثال صفحه ۸۸)

## ۱۶- گزینه «۲»

(مسعود برملا)

نمودار تابع  $g$  به ازای  $a - 5 \geq 0$  به صورت  $\nabla$  و به ازای  $a - 5 < 0$  به صورت  $\wedge$  خواهد بود. این یعنی تعداد نقاط مشتق‌ناپذیر تابع  $g$  می‌تواند ۱ یا ۳ باشد. حال باید تعداد ریشه‌های معادله  $\frac{1}{2}x^3 + ax^2 + (3a - 4)x = 0$  را برابر ۱ یا ۳ قرار دهیم:

$$\Rightarrow x \left( \frac{1}{2}x^2 + ax + 3a - 4 \right) = 0$$

یکی از ریشه‌ها  $x = 0$  است، پس اگر  $\Delta$  عبارت درجه دوم منفی باشد، همین یک ریشه را دارد و اگر  $\Delta$  مثبت باشد، سه ریشه دارد.

$$\Delta = a^2 - 2(3a - 4) = a^2 - 6a + 8 = (a - 2)(a - 4)$$

$$\xrightarrow{\Delta < 0} 2 < a < 4 \quad \xrightarrow{\Delta \geq 0} \emptyset$$

حالت یک نقطه مشتق‌ناپذیر امکان ندارد.

$$\xrightarrow{\Delta > 0} a < 2 \text{ یا } a > 4 \quad \xrightarrow{a < 5} a \in (-\infty, 2) \cup (4, 5)$$

اما دقت کنید که به ازای  $a = \frac{4}{3}$ ، تابع  $f$  دو نقطه مشتق‌ناپذیر خواهد داشت، پس حدود قابل قبول برای  $a$  مجموعه

$$(-\infty, \frac{4}{3}) \cup (\frac{4}{3}, 2) \cup (4, 5)$$

برابر ۱ است.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

## ۱۷- گزینه «۱»

(میانیش نیکنام)

مقدار عبارت  $x^2 + nx$  به ازای  $x = 2$  صحیح است. این یعنی اگر  $x = 2$  طول یک نقطه غیر از نقطه رأس سهمی  $y = x^2 + nx$  باشد، تابع  $y = [x^2 + nx]$  در  $x = 2$  مشتق‌ناپذیر است و برای این که  $f$  مشتق‌پذیر شود، لازم است  $x = 2$  ریشه مضاعف عبارت  $x^2 + (m + 2n)x$  شود که این امکان‌پذیر نیست. در نتیجه  $x = 2$  طول رأس سهمی  $y = x^2 + nx$  است:

$$\Rightarrow -\frac{n}{2} = 2 \Rightarrow n = -4 \Rightarrow f(x) = (x^2 + (m - 4)x)[x^2 - 4x]$$

حال از تساوی  $f'_+(0) = 10$  مقدار  $m$  را پیدا می‌کنیم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x^2 + (m - 4)x)(-1)}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} (-x - m + 4) = 10 \Rightarrow m = -2$$

دقت کنید که اگر  $x \rightarrow 0^+$ ،  $[x^2 - 4x] = [0^-] = -1$ .

$$\Rightarrow m - n = -2 + 4 = 2$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۶ تا ۸۹)

## ۱۸- گزینه «۳»

(یاسین سپهر)

شیب خط برابر  $\frac{3}{4}$  است و از آنجا که در  $x = 3$  بر نمودار تابع  $f$  عمود است،  $f'(3) = -\frac{4}{3}$  است. حال داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + mh) - f(x_0 + nh)}{h} = (m - n)f'(x_0)$$

$$\Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3 + h) - f(3 - 2h)}{h} = 3f'(3) = -2 = a + 6 \Rightarrow a = -8$$

پس معادله خط عمود  $3x - 2y = -3$  است و با جای‌گذاری  $x = 3$  عرض نقطه یا همان  $f(3)$  برابر ۶ به دست می‌آید.

(مسابان ۲- صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

## ۱۹- گزینه «۲»

(عباس فسروگروری)

نمودار تابع  $y = x^3$  وارون خود را در  $\{ -1, 0, 1 \}$  قطع می‌کند. اما با توجه به ضابطه تابع  $f$ ،  $x_0 = 1$  مد نظر است؛ زیرا  $x_0 = -1$  در دامنه تابع قرار ندارد و همچنین تابع در  $x_0 = 0$  مشتق ندارد.

$$\Rightarrow f'(x_0) = f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \sqrt{x} - 2}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) + \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x} + 1}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

یعنی خط مماس، خطی است که با شیب  $\frac{5}{2}$  از نقطه  $(1, 1)$  می‌گذرد:

$$\Rightarrow y = \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}$$

عرض از مبدأ این خط برابر  $-\frac{3}{2}$  است.

(مسابان ۲- صفحه ۸۰)

## ۲۰- گزینه «۱»

(کامیار علیون)

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{3x^2 - x\sqrt{1 - \cos 4x}}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \frac{\sqrt{1 - \cos 4x}}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \frac{\sqrt{1 - \cos 4x}}{x^2}}$$

با استفاده از اتحاد  $1 - \cos 2\theta = 2 \sin^2 \theta$  داریم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \frac{\sqrt{2 \sin^2 2x}}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{3 - \frac{\sqrt{2} x}{x^2}}$$

$$= \sqrt{3 - \sqrt{2}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = f'_+(0) = \sqrt{2} - 1$$

(مسابان ۲- صفحه‌های ۸۰ و ۸۷)



## ریاضی پایه

۲۱- گزینه «۲»

(عادل حسینی)

جمله عمومی دنباله هندسی  $a_n = -\frac{1}{2} \times (-2)^{n-1}$  و جمله عمومی دنبالهحسابی  $b_n = \frac{3}{2}n - 2$  است. پس داریم:

$$a_{10} = -\frac{1}{2} \times (-2)^9 = (-2)^8 = 256$$

$$b_{12} = \frac{3}{2}(12) - 2 = 16$$

$$\Rightarrow \frac{a_{10}}{b_{12}} = \frac{256}{16} = 16$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۲۲- گزینه «۴»

(بویانبش نیکنام)

روش اول: تعداد مربع‌ها در شکل سؤال دنباله خطی است و از رابطه

 $t_n = 2n + 3$  به دست می‌آید. پس در شکل سی‌ام تعداد مربع‌ها برابراست با  $63 = 3 + 3 \times 30 = 93$  که ۳۲ مربع از آن در ستون قرار دارد. اعداد

روی ستون تشکیل دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ می‌دهد و بزرگ‌ترین عدد

روی ستون برابر است با:

$$3 + 31 \times 4 = 127$$

و بزرگ‌ترین عدد روی سطر ۱۲۵ است. پس داریم:  $127 + 125 = 252$ 

روش دوم: مجموع بزرگ‌ترین اعداد سطر و ستون دنباله زیر را می‌سازند:

 $20, 28, 36, \dots$ که از الگوی  $t_n = 8n + 12$  پیروی می‌کند. پس مجموع بزرگ‌ترین اعدادسطر و ستون شکل سی‌ام برابر  $252 = 8 \times 30 + 12 = t_{30}$  است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۲۳- گزینه «۴»

(افشین فاضله‌فان)

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 4 \\ 36a + 6b + c = 12 \\ 81a + 9b + c = 25 \end{cases} \xrightarrow{c=4-4a-2b} \begin{cases} 22a + 4b = 9 \\ 45a + 2b = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow c = \frac{5}{2} \Rightarrow a + b + c = 3$$

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۵)

۲۴- گزینه «۱»

(عادل حسینی)

جملات دنباله حسابی را  $t_1, t_1 + d$  و  $t_1 + 3d$  در نظر می‌گیریم که

این جمله باید تشکیل دنباله هندسی بدهند. پس داریم:

$$t_1(t_1 + 3d) = (t_1 + d)^2 \Rightarrow t_1^2 + 3t_1d = t_1^2 + 2t_1d + d^2$$

$$\Rightarrow t_1d = d^2 \xrightarrow{d \neq 0} t_1 = d$$

پس قدرنسبت دنباله هندسی برابر  $r = \frac{t_1 + d}{t_1} = 2$  است. مجموع  $10$ جمله و  $20$  جمله اول این دنباله برابر است با:

$$S_{10} = t_1(2^{10} - 1), \quad S_{20} = t_1(2^{20} - 1)$$

$$\Rightarrow \frac{S_{20}}{S_{10}} = \frac{2^{20} - 1}{2^{10} - 1} = 2^{10} + 1 = 1025$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۵- گزینه «۱»

(یاسین سپهر)

بیست جمله نخست با شماره جملات مضرب ۳ عبارتند از:

$$a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$$

در این دنباله جمله اول  $a_3 = -5$  و قدرنسبت ۳ برابر قدرنسبت دنباله

داده شده یعنی ۱۲- است. پس داریم:

$$S_{20} = \frac{20}{2} (2 \times (-5) + (20-1)(-12)) = -2380$$

(حسابان ۱- جبر و معادله: صفحه‌های ۱ تا ۶)

۲۶- گزینه «۲»

(مسعود برملا)

جمله اول دنباله  $a_1 \geq 10$  و قدرنسبت  $d \geq 9$  است. جمله دهم دنباله هم

نباید بزرگ‌تر از ۱۰۰ باشد.

$$a_{10} = a_1 + 9d \leq 100$$





در این سوال جملات دنباله  $a_n = 3n + 1$ : ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ۱۶

داریم. پس حاصل عبارت برابر است با:

$$A = \frac{\sqrt{16} - \sqrt{4}}{3} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(عادل مسینی)

۲۹- گزینه «۴»

هر کدام از عبارت‌ها را ساده می‌کنیم:

$$A = \frac{2}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}$$

$$= \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) = \sqrt{6} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{A} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{A + \frac{4}{A} + 5} = \sqrt{\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{6} - \sqrt{2} + 5}$$

$$= \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

(عادل مسینی)

۳۰- گزینه «۳»

ابتدا معادله را می‌سازیم:

$$x^2 + 2x - 15 = 18x - 40 \Rightarrow x^2 - 16x + 25 = 0$$

جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند. پس داریم:

$$a^2 - 16a + 25 = 0 \Rightarrow a^2 + 25 = 16a$$

$$\Rightarrow a + \frac{25}{a} = 16 \quad (*)$$

حال طرفین تساوی  $T = \sqrt{a} - \frac{5}{\sqrt{a}}$  را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$T^2 = a + \frac{25}{a} - 10 \xrightarrow{(*)} T^2 = 16 - 10 = 6 \Rightarrow T = \sqrt{6}$$

$a$  را جواب بزرگ‌تر در نظر گرفته‌ایم. پس  $T > 0$  است.

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۸)

برای  $d$  فقط دو مقدار ۹ و ۱۰ قابل قبول است. برای هر دو مقدار تعداد دنباله را حساب می‌کنیم:

(الف)

$$d = 10 \Rightarrow a_1 + 90 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 10 \xrightarrow{a_1 \geq 10} a_1 = 10$$

یعنی فقط یک دنباله برای  $d = 10$  پیدا می‌شود.

(ب)

$$d = 9 \Rightarrow a_1 + 81 \leq 100 \Rightarrow a_1 \leq 19 \xrightarrow{a_1 \geq 10} 10 \leq a_1 \leq 19$$

یعنی برای  $d = 9$ ،  $19 - 10 + 1 = 10$  دنباله متفاوت پیدا می‌شود. در نهایت ۱۱ دنباله با شرایط مطلوب پیدا می‌شود.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

(عادل مسینی)

۲۷- گزینه «۱»

عبارت داده شده را بر حسب توان‌هایی از ۲ و ۳ می‌نویسیم:

$$\frac{5^4 m \times 2^4 n}{48^m \times 18^n} = \frac{2^m \times 3^3 m \times 2^3 n \times 3^n}{2^4 m \times 3^3 m \times 2^n \times 3^2 n} = 2^{2n-2m} \times 3^{2m-n} = 2 \times 3$$

در نتیجه به دستگاه معادلات زیر می‌رسیم و داریم:

$$\begin{cases} 2n - 3m = 1 \\ 2m - n = 1 \end{cases} \Rightarrow m = 3, n = 5 \Rightarrow m + n = 8$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری: صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

(عادل مسینی)

۲۸- گزینه «۲»

روش اول:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} - 2}{3}, \quad \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10} - \sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{13}} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{10}}{3}, \quad \frac{1}{4 + \sqrt{13}} = \frac{4 - \sqrt{13}}{3}$$

$$A = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$$

پس حاصل عبارت برابر است با:

روش دوم: اگر  $a_n$  جملات یک دنباله حسابی باشند، تساوی زیر برقرار است:

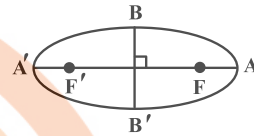
$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{\sqrt{a_n} - \sqrt{a_1}}{d}$$



هندسه ۳

گزینه ۳ - ۳۱

مطابق شکل، در بیضی داریم:



کیوان (داری)

$$\begin{cases} FA' = a + c = ۳۲ \\ BB' = ۲b = ۱۶ \Rightarrow b = ۸ \end{cases}$$

بنابراین:

$$b^2 = ۶۴ \Rightarrow a^2 - c^2 = ۶۴ \Rightarrow (a - c)(a + c) = ۶۴$$

$$\Rightarrow (a - c) \times ۳۲ = ۶۴ \Rightarrow a - c = ۲ \Rightarrow FA = a - c = ۲$$

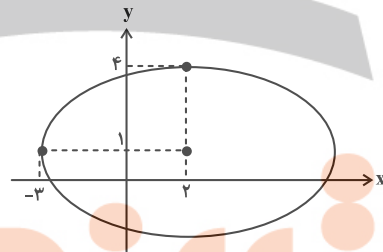
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه ۴ - ۳۲

(مهردار ملونری)

با توجه به فرض نتیجه می‌گیریم نقطه  $A(-۳, ۱)$  یک سر قطر بزرگ و نقطه  $(۲, ۴)$  یک سر قطر کوچک بیضی است و لذا  $a = ۵$  و  $b = ۳$  و در نتیجه

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = ۴$$



مختصات کانون‌های بیضی برابر می‌شود با:

$$\begin{cases} F = (۲ + ۴, ۱) = (۶, ۱) \\ F' = (۲ - ۴, ۱) = (-۲, ۱) \end{cases}$$

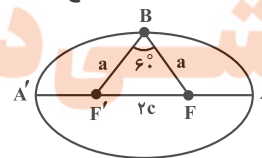
(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه ۱ - ۳۳

کیوان (داری)

می‌دانیم که  $BF = BF'$ ، پس مثلث  $BF'F$  متساوی‌الساقین است. از

طرفی  $\hat{B} = ۶۰^\circ$ ، پس این مثلث متساوی‌الاضلاع است. بنابراین:



$$BF = F'F \Rightarrow a = ۲c \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{۱}{۲}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

گزینه ۳ - ۳۴

(اخشین فاصه‌فان)

در مثلث قائم‌الزاویه  $MFF'$  ضلع مقابل به زاویه  $\hat{F}$  برابر نصف وتر است.

لذا  $\hat{F} = ۳۰^\circ$  و از آنجا  $\hat{M} = ۶۰^\circ$  لذا  $۱۲۰^\circ - ۶۰^\circ = ۶۰^\circ$  و  $\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ - ۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$

چون  $\alpha = \beta$  پس  $\alpha = \beta = ۶۰^\circ$  بنابراین:  $\frac{\alpha}{۲} + \frac{\beta}{۳} = ۳۰^\circ + ۲۰^\circ = ۵۰^\circ$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه ۱ - ۳۵

(اسحاق اسفندیار)

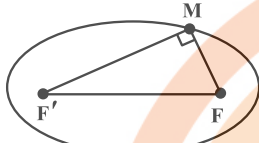
$$FF' = ۲c = ۸ \Rightarrow c = ۴$$

طبق فرض:

$$۲b = ۶ \Rightarrow b = ۳$$

$$a^2 = b^2 + c^2 = ۹ + ۱۶ = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

در بیضی داریم:



$$MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \Rightarrow (MF + MF')^2 - ۲MF \times MF' = ۶۴$$

$$\Rightarrow ۱۰۰ - ۲MF \times MF' = ۶۴ \Rightarrow MF \times MF' = ۱۸$$

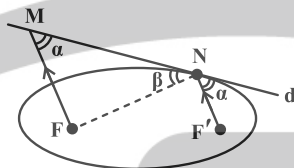
$$S_{MFF'} = \frac{1}{2} MF \times MF' = ۹$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

گزینه ۳ - ۳۶

کیوان (داری)

شکل زیر نشان می‌دهد که  $FM = FN$ :



$$\alpha = \beta \Rightarrow FM = FN$$

داریم:  $N \Rightarrow NF + NF' = ۲a$  نقطه‌ای روی بیضی است

$$\frac{FM=FN}{FM+NF'} \Rightarrow FM + F'N = ۲a \Rightarrow ۲a = ۱۰ \Rightarrow a = ۵$$

$$FF' = ۲c = ۶ \Rightarrow c = ۳$$

از طرفی: بنابراین:

$$b^2 = a^2 - c^2 = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow ۲b = ۸$$

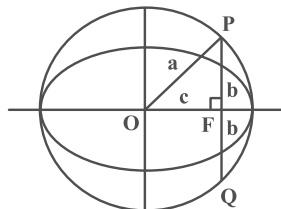
(قطر کوچک) (هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

گزینه ۲ - ۳۷

(مهمد صحت‌کار)

با توجه به شکل اندازه پاره خط  $FP$  در مثلث قائم‌الزاویه  $OPF$  برابر با  $b$  است.

بنابراین اندازه پاره خط  $PQ$  برابر با  $۲b$  خواهد بود و خواهیم داشت:



$$\begin{cases} e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \\ ۲a = ۴\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳} \end{cases} \Rightarrow \frac{c}{2\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow c = ۳$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = ۱۲ - ۹ = ۳ \Rightarrow b = \sqrt{۳} \Rightarrow PQ = ۲b = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)



۳۸- گزینه «۴»

(ممنوع است)

اگر شعاع نوری از یکی از کانون‌های بیضی بگذرد و به بدنه بیضی بتابد شعاع بازتاب از کانون دیگر می‌گذرد. بنابراین خط مورد نظر خط گذرنده از نقطه M و کانون F' است. پس باید ابتدا مختصات کانون F' را بیابیم. با توجه به مرکز تقارن بیضی که مبدأ مختصات است و مختصات کانون F، مختصات کانون F' به صورت (-۵, ۰) خواهد بود. بنابراین معادله خط مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y - 0 = \frac{2 - 0}{3 - (-5)}(x - (-5)) \Rightarrow y = \frac{1}{4}(x + 5)$$

$$\Rightarrow 4y = x + 5 \Rightarrow x - 4y = -5$$

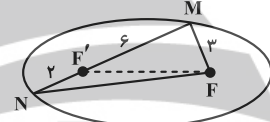
(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۵۰)

۳۹- گزینه «۲»

(سیرمهم‌رضا عسینی فر)

مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی تا دو کانون، مقدار ثابتی است پس:

$$MF + MF' = NF + NF' \Rightarrow NF = 7$$



با استفاده از رابطه استوارت در مثلث MNF برای محاسبه FF' داریم:

$$7^2 \times 6 + 3^2 \times 2 = FF'^2 \times 8 + 8 \times 6 \times 2 \Rightarrow 294 + 18 = 8FF'^2 + 96$$

$$\Rightarrow 8FF'^2 = 216 \Rightarrow FF'^2 = 27 \Rightarrow FF' = 3\sqrt{3}$$

از طرفی خروج از مرکز بیضی از رابطه  $e = \frac{c}{a}$  به دست می‌آید:

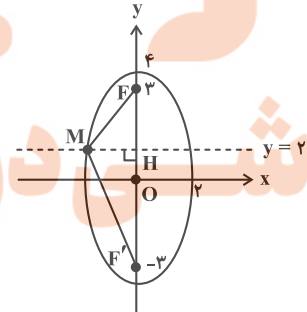
$$e = \frac{c}{a} = \frac{FF'}{MF + MF'} = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۴۰- گزینه «۲»

(مهرداد ملونری)

مطابق شکل،  $F(0, 3)$  و  $F'(0, -3)$  کانون‌های بیضی هستند و داریم  $a = 4$ ؛ همچنین طبق تعریف بیضی:



$$MF + MF' = 2a = 8$$

رابطه فیثاغورس را در دو مثلث قائم‌الزاویه MFH و MF'H می‌نویسیم:

$$\begin{cases} MF^2 = MH^2 + 1^2 \\ MF'^2 = MH^2 + 5^2 \end{cases} \Rightarrow MF'^2 - MF^2 = 25 - 1 = 24$$

$$\Rightarrow (MF' - MF)(MF' + MF) = 24 \Rightarrow MF' - MF = 3$$

$$\begin{cases} MF' + MF = 8 \\ MF' - MF = 3 \end{cases} \Rightarrow MF' = 5/5, MF = 2/5$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

هندسه ۳- پیشروی سریع

۴۱- گزینه «۳»

(سوگند روشنی)

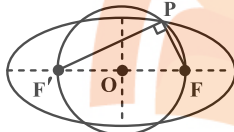
$$|AA'| = 2a = 6\sqrt{5} \Rightarrow a = 3\sqrt{5}$$

$$|BB'| = 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 45 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{41}$$

شعاع دایره با  $c = \sqrt{41}$  برابر است بنابراین FF' قطر دایره است. P

نقطه‌ای روی محیط دایره است پس قطر (FF') را با زاویه  $90^\circ$  رؤیت می‌کند. بنابراین:



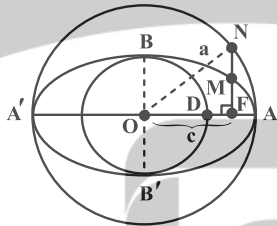
$$PF^2 + PF'^2 = (2c)^2 = (2\sqrt{41})^2 = 164$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۴۲- گزینه «۳»

(کیوان دارابی)

برای حل سؤال از نتیجه دو تمرین کتاب درسی استفاده می‌کنیم:



$$\Delta ONF : NF = \sqrt{a^2 - c^2} = b$$

$$MF = \frac{b^2}{a}$$

$$\left. \begin{matrix} FM = \frac{b^2}{a} \\ FN = b \end{matrix} \right\} \Rightarrow MN = b - \frac{b^2}{a} \Rightarrow MN = \frac{ba - b^2}{a}$$

$$\Rightarrow MN = \frac{b(a-b)}{a} \Rightarrow \frac{b}{a}(a-b) = \frac{1}{2} \quad (*)$$

از طرفی  $DA = 1$  در نتیجه:

$$OA - OD = 1 \Rightarrow a - b = 1$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$$

(هنر سه - ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۴۳- گزینه «۱»

(ممنوع است)

با توجه به خاصیت بازتابندگی بیضی، خط  $\Delta$  نیمساز زاویه  $FMF'$  است. بنابراین براساس خواص نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث  $FMF'$  خواهیم داشت:

$$\frac{DF}{DF'} = \frac{MF}{MF'} \Rightarrow \frac{MF'}{DF'} = \frac{MF}{DF} = \frac{3}{1}$$





$$(x-2)^2 = fa(y-k) \Rightarrow y = k - a = 0 \Rightarrow k = a$$

$$(x-2)^2 = fa(y-a) \xrightarrow{(4,2)} (4-2)^2 = fa(2-a)$$

$$4a^2 - 8a + 4 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow (x-2)^2 = 4(y-1) \quad \text{معادله سهمی:}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(متمرکز صحت‌گر)

#### ۴۸- گزینه «۳»

کانون این سهمی روی خط  $y = x - 1$  است. بنابراین می‌توانیم مختصات کانون را به صورت  $(m, m-1)$  در نظر بگیریم. با توجه به ویژگی سهمی فاصله نقطه  $A$  از کانون و خط هادی با هم برابر است. بنابراین:

$$\sqrt{(m+1)^2 + (m-1-2)^2} = |6-2| = 4$$

$$\Rightarrow m^2 + 2m + 1 + m^2 - 6m + 9 = 16$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 4m - 6 = 0 \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (m-3)(m+1) = 0$$

بنابراین  $m = 3$  یا  $m = -1$  است و خواهیم داشت:

$$m = 3 \Rightarrow F(3, 2), \quad m = -1 \Rightarrow F(-1, -2)$$

کانون این سهمی در ناحیه اول دستگاه مختصات است پس کانون نقطه  $F(3, 2)$  است و فاصله این نقطه تا خط هادی یعنی خط  $y = 6$  برابر

$$\text{است با: } 6 - 2 = 4$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

(متمرکز صحت‌گر)

#### ۴۹- گزینه «۱»

معادله یک سهمی قائم رو به پایین به صورت  $(x-\alpha)^2 = -fa(y-\beta)$  است. محور تقارن این سهمی خطی است که از وسط نقاط  $A(\gamma, 0)$  و  $B(-1, 0)$  می‌گذرد و بر محور  $x$  ها عمود است. بنابراین معادله محور تقارن

به صورت  $x = \frac{-1+\gamma}{2} = 3$  است. بنابراین طول رأس سهمی برابر با ۳ است.

از طرفی دیگر رأس سهمی روی خط  $y = 2x - 1$  قرار دارد. بنابراین:

$$x_S = 3 \Rightarrow y_S = 2 \times 3 - 1 = 5$$

پس معادله این سهمی به صورت  $(x-3)^2 = -fa(y-5)$  است. نقاط  $A(\gamma, 0)$  و  $B(-1, 0)$  روی این سهمی هستند. پس مختصات آن‌ها در

معادله سهمی صدق می‌کند و در نتیجه خواهیم داشت:

$$(7-3)^2 = -fa(0-5) \Rightarrow 20a = 16 \Rightarrow a = 0/8$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(مترددار ملونری)

#### ۵۰- گزینه «۲»

نقطه  $O(-1, 2)$  مرکز دایره داده شده و شعاع آن برابر  $r = 2$  است. اگر  $M$  را یکی از مراکز دایره‌های مورد نظر بگیریم، طبق فرض دایره‌ای به مرکز  $M$  وجود دارد که هم بر خط  $x = 3$  و هم بر دایره به مرکز  $O$  و شعاع  $r$  مماس است. فرض کنید شعاع این دایره برابر  $R$  باشد، در این صورت فاصله  $M$  از خط  $x = 3$  برابر  $R$  است و فاصله  $M$  از  $O$  برابر  $R + 2$  است. لذا فاصله  $M$  از  $O$ ،  $2$  واحد بیشتر از فاصله‌اش از خط  $x = 3$  است. پس فاصله  $M$  از  $O$  برابر فاصله‌اش از خط  $x = 5$  است. پس  $M$  روی سهمی به کانون  $O(-1, 2)$  و خط هادی  $x = 5$  قرار دارد.

فاصله  $O(-1, 2)$  از خط هادی  $x = 5$  برابر  $6 = 5 - (-1)$  است.

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۲)

$$\Rightarrow \frac{MF + MF'}{DF + DF'} = \frac{3}{1} \Rightarrow \frac{2a}{2c} = 3 \Rightarrow a = 3c \Rightarrow c = \frac{a}{3}$$

می‌دانیم که در بیضی رابطه  $a^2 = b^2 + c^2$  برقرار است. بنابراین:

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow a^2 = 16 + \frac{a^2}{9} \Rightarrow \frac{8}{9}a^2 = 16 \Rightarrow a^2 = 18$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \Rightarrow AA' = 2a = 6\sqrt{2} \quad \text{(قطر بزرگ)}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

(مترددار ملونری)

#### ۴۴- گزینه «۴»

چون رأس و کانون سهمی روی خط  $y = 1$  قرار دارند، لذا سهمی افقی است. از طرفی کانون ۳ واحد سمت چپ رأس قرار دارد، پس دهانه سهمی رو به چپ می‌شود و  $a = 3$  است.

$$\text{معادله سهمی: } (y-1)^2 = -12(x-2)$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

(امیرمسین ایومصوب)

#### ۴۵- گزینه «۲»

خط هادی افقی است، پس نوع سهمی قائم بوده و به صورت زیر معادله آن را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} S: (1, -1) \text{ رأس} \\ a = |y_{\Delta} - y_S| = \left| -\frac{3}{2} - (-1) \right| = \frac{1}{2} \\ \Delta: y = -\frac{3}{2} \Rightarrow y_S > y_{\Delta} \Rightarrow \text{دهانه سهمی رو به بالا} \end{cases}$$

$$\text{معادله سهمی: } (x-1)^2 = 2(y+1) \Rightarrow (x-1)^2 = 4\left(\frac{1}{2}\right)(y-(-1))$$

$$\xrightarrow{\text{محور } y \text{ ها}} \frac{x=0}{x=0} \Rightarrow 1 = 2(y+1) \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

(کیوان دارابن)

#### ۴۶- گزینه «۴»

$M$  نقطه‌ای روی سهمی است، بنابراین فاصله‌اش از کانون و خط هادی برابر است. بنابراین حالا که  $M$  از رأس و خط هادی به یک فاصله است، پس از کانون و رأس نیز به

یک فاصله است. پس  $M$  روی عمودمنصف  $SF$  قرار دارد.  $(y+2)^2 = 8x$

$$\Rightarrow (y+2)^2 = 4 \times 2 \times (x-0) \Rightarrow S = (0, -2), \quad a = 2$$

سهمی افقی است و دهانه آن به سمت راست است. خط  $x = 1$  عمودمنصف پاره‌خط  $SF$  است. این خط را با سهمی قطع می‌دهیم.

$$\begin{cases} (y+2)^2 = 8x \\ x = 1 \end{cases} \Rightarrow (y+2)^2 = 8 \Rightarrow y+2 = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow y = -2 \pm 2\sqrt{2}$$

(هنر سه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی: صفحه‌های ۵۰ تا ۵۴)

(اساق اسفندیار)

#### ۴۷- گزینه «۲»

با توجه به معادلات محور تقارن و خط هادی و این‌که از  $M(4, 2)$  می‌گذرد، نتیجه می‌گیریم سهمی قائم رو به بالا است و رأس سهمی به صورت  $(2, k)$  است. معادله سهمی به صورت زیر است:

## هندسه ۲

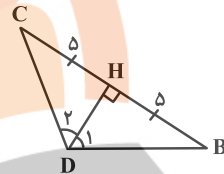
۵۱- گزینه «۴»

(اساق اسفندیار)

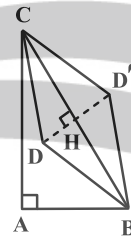
در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$ ، طول وتر برابر  $۱۰$  می‌شود. در مثلث متساوی‌الساقین  $DBC$ ، ارتفاع  $DH$  (وارد بر قاعده) را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 60^\circ$$

$$\sin \hat{D}_1 = \frac{BH}{BD} \Rightarrow BD = DC = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$



بازتاب نقطه  $D$  را نسبت به وتر  $BC$  به دست می‌آوریم و  $D'$  می‌نامیم.



$$S_{DBC} = \frac{1}{2} DB \times DC \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \left(\frac{10}{\sqrt{3}}\right)^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{ABD'C} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}(6 \times 8) + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

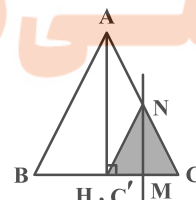
$$S_{ABD'C} = 24 + \frac{25\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۳ و ۵۴)

۵۲- گزینه «۳»

(اساق اسفندیار)

مطابق شکل، نقطه  $C'$  منطبق بر  $H$  (بای ارتفاع  $AH$ ) است.



$$MN \parallel AH \xrightarrow{\text{تالسی}} \frac{NM}{AH} = \frac{CM}{CH} = \frac{1}{2}$$

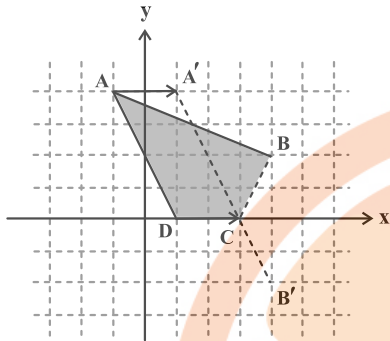
$$\Rightarrow NM = \frac{1}{2} AH = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}(2)\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{NCC'} = \frac{1}{2} NM \times CC' = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

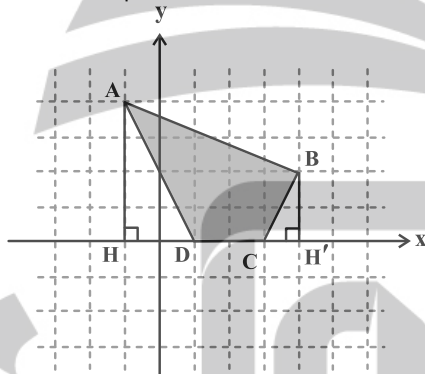
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۵۳- گزینه «۱»

(سیرمهر رضا حسینی فر)



نقاط  $D(n, 0)$  و  $C(n+2, 0)$  روی محور  $x$  ها به فاصله ۲ واحد از هم هستند. پس نقطه  $A$  را به اندازه ۲ واحد در راستای محور  $x$  ها انتقال می‌دهیم تا به  $A'(1, 4)$  برسیم. نقطه  $B$  را نیز نسبت به محور  $x$  ها بازتاب می‌دهیم تا  $B'(-2, 4)$  به دست آید. نقاط  $A'$  و  $B'$  را به هم وصل می‌کنیم تا محور  $x$  ها را در  $C(3, 0)$  قطع کند. بنابراین  $D(1, 0)$  به دست می‌آید و محیط چهارضلعی  $ABCD$  کمترین مقدار ممکن است، برای پیدا کردن مساحت چهارضلعی  $ABCD$  می‌توانیم به صورت زیر عمل کنیم:



$$S_{ABCD} = S_{AHH'B} - S_{AHD} - S_{BH'C} = 15 - 4 - 1 = 10$$

$$\text{توجه: } S_{AHH'B} = \frac{(2+4) \times 5}{2} = 15$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۵۴- گزینه «۴»

(سیرمهر رضا حسینی فر)

ترکیب یک بازتاب محوری با خودش، ترکیب دوران  $180^\circ$  با خودش و همچنین ترکیب تجانس با نسبت  $k = -1$  با خودش، یک تبدیل همانی است ولی ترکیب انتقال (با بردار  $\vec{u}$ ) با خودش، انتقالی با بردار  $2\vec{u}$  است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها؛ صفحه‌های ۴۹ و ۵۰)

۵۵- گزینه «۲»

(مهرداد ملونری)

طبق فرض  $BC = 2CD = 2p$  و  $EF = 2AF = 2n$ ، لذا توسط قضیه فیثاغورس، طول اضلاع قائمه دو مثلث  $AEF$  و  $BCD$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} n^2 + (2n)^2 = 6^2 \Rightarrow n = \frac{6}{\sqrt{5}}, 2n = \frac{12}{\sqrt{5}} \\ p^2 + (2p)^2 = 8^2 \Rightarrow p = \frac{8}{\sqrt{5}}, 2p = \frac{16}{\sqrt{5}} \end{cases}$$

مساحت هر یک از مثلث‌های مذکور برابر می‌شود با:

$$\frac{OA'}{OA} = k = 3 \Rightarrow \frac{OA + AA'}{OA} = 3 \Rightarrow \frac{OA + 2\sqrt{3}}{OA} = 3$$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

۵۸- گزینه «۱» (افشین فاضله‌فان)

می‌دانیم دوران تبدیلی طولی‌است و اندازه ضلع را حفظ می‌کند. بنابراین  $AB' = AB$  و چون وتر روی ضلع قائم منطبق شده است لذا

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times AB \quad \hat{BAC} = 30^\circ \quad \text{برابر زاویه دوران. بنابراین:}$$

حال طبق فرض داریم:

$$B'C = AB' - AC = AB - \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB \left( \frac{2 - \sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} + 1$$

$$\Rightarrow AB = \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{2 - \sqrt{3}} \times \frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 2(5 + 3\sqrt{3}) = 6\sqrt{3} + 10$$

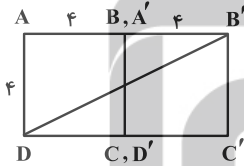
(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۵۹- گزینه «۳» (سوگند روشنی)

اولاً طول ضلع مربع برابر ۴ است. زیرا:

$$\text{قطر مربع} = a\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow a = 4$$

ثانیاً تبدیل مطلوب سؤال به صورت زیر است:



$$\text{قضیه فیثاغورس: } DB'^2 = 4^2 + 4^2 = 80$$

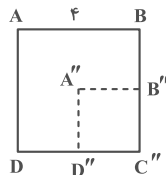
$$\Rightarrow DB' = 4\sqrt{5}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۶۰- گزینه «۲» (سوگند روشنی)

ترکیب دو تجانس با مرکز تجانس یکسان O و نسبت‌های  $k_1$  و  $k_2$  یک تجانس به مرکز O با نسبت  $k_1 k_2$  است. در نتیجه:

$$k_1 k_2 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



$$\Rightarrow \frac{S_{A''B''C''D''}}{S_{ABCD}} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$$

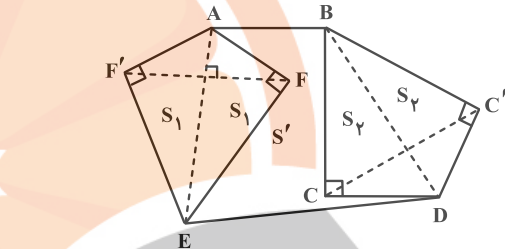
در نتیجه مساحت ناحیه بین دو مربع مورد نظر، مساحت مربع

ABCD است.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۸)

$$\begin{cases} S_1 = S_{AEF} = \frac{1}{2}(n) \times (2n) = \frac{36}{5} \\ S_2 = S_{BCD} = \frac{1}{2}(p) \times (2p) = \frac{64}{5} \end{cases}$$

مطابق شکل با بازتاب نقاط C و F به ترتیب نسبت به خطوط BD و AE، بدون تغییر محیط، مساحت شش‌ضلعی مورد نظر را تا حد امکان می‌توان افزایش داد. اگر مساحت شش‌ضلعی اولیه را  $S'$  بگیریم، آن‌گاه طبق فرض داریم:

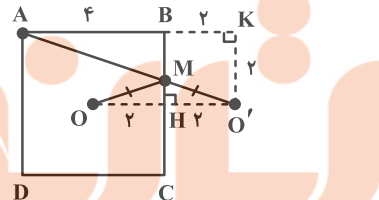


$$\Rightarrow S' = S_1 + S_2 = \frac{36}{5} + \frac{64}{5} = 20$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۵۶- گزینه «۲» (مهرداد ملونری)

مطابق شکل و طبق مسئله هرون، بازتاب O را نسبت به ضلع BC، نقطه  $O'$  می‌نامیم. تقاطع  $AO'$  با ضلع BC را نقطه M می‌نامیم که به ازای آن حاصل  $MA + MO$  کمترین مقدار مورد نظر است. داریم:

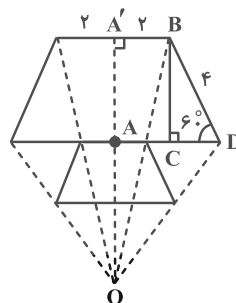


$$\begin{aligned} MA + MO &= MA + MO' = AO' = \sqrt{AK^2 + KO'^2} \\ &= \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی و کاربردها: صفحه‌های ۵۳ و ۵۵)

۵۷- گزینه «۴» (امیرضا فلاح)

مطابق شکل، خط‌های واصل بین هر نقطه و تصویرش در مرکز تجانس هم‌س‌اند. داریم:



$$\Delta BCD: BC = 4 \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$$

بنابراین  $AA' = 2\sqrt{3}$ . طبق تعریف تجانس:

$$\frac{BO}{OD} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

در مثلث BDC چون  $OM \parallel CD$ ، لذا طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{OM}{CD} = \frac{BO}{BD} = \frac{1}{3}$$

دو مثلث COD و MOC ارتفاع‌های برابر دارند، پس نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌ها برابر است، در نتیجه:

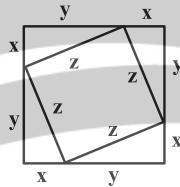
$$\frac{S_{MOC}}{S_{COD}} = \frac{OM}{CD} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- پنذرضلعی‌ها: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

(مهرداد ملوندی)

گزینه «۳» - ۶۴

مطابق شکل، رئوس مربع کوچک، اضلاع مربع بزرگ را به دو قسمت به طول‌های  $x$  و  $y$  تقسیم کرده است. طبق فرض داریم:



$$\begin{cases} 4(x+y) = 42 \Rightarrow x+y = \frac{21}{2} \\ 4z = 30 \Rightarrow z = \frac{15}{2} \end{cases}$$

از طرفی طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$x^2 + y^2 = z^2 \Rightarrow (x+y)^2 - 2xy = z^2$$

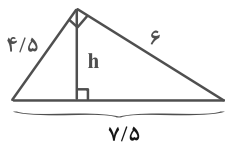
$$\Rightarrow 2xy = \left(\frac{21}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{216}{4} = 54 \Rightarrow y = \frac{27}{x}$$

$$\frac{x+y = \frac{21}{2}}{x} \rightarrow x + \frac{27}{x} = \frac{21}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{21}{2}x + 27 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 21x + 54 = 0 \Rightarrow (2x-9)(x-6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{2} = 4/5 \Rightarrow y = 6 \\ x = 6 \Rightarrow y = 4/5 \end{cases}$$

فاصله رأس مربع بزرگ از نزدیک‌ترین ضلع مربع کوچک، همان طول ارتفاع وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه زیر است. داریم:



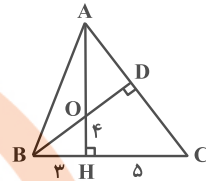
$$4/5 \times 6 = 7/5 h \Rightarrow h = \frac{4/5 \times 6}{7/5} = 3/6$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

هندسه ۱

گزینه «۲» - ۶۱

(اسحاق اسفندیار)



$$\Delta BOH : BO^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow BO = 5$$

$$\Delta BHO \sim \Delta BCD \xrightarrow{\text{(ز ز)}} \frac{OH}{DC} = \frac{OB}{BC}$$

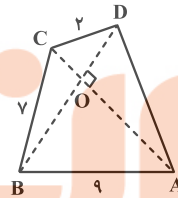
$$\Rightarrow \frac{4}{DC} = \frac{5}{8} \Rightarrow DC = 6/4$$

(هندسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(سیرمهرشا عسینی فرد)

گزینه «۳» - ۶۲

اگر در یک چهارضلعی قطرهای بر هم عمود باشند آن‌گاه چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن (متوالی) وسط‌های اضلاع در آن چهارضلعی، یک مستطیل خواهد بود (و برعکس). در چهارضلعی ABCD مطابق شکل، قطرهای AC و BD بر هم عمودند. اگر O محل برخورد قطرهای باشد با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث‌های قائم‌الزاویه داریم:



$$AO^2 + BO^2 = 81$$

$$CO^2 + DO^2 = 4$$

$$BO^2 + CO^2 = 49$$

$$AO^2 + DO^2 = AD^2$$

$$\Rightarrow AO^2 + BO^2 + CO^2 + DO^2 = 81 + 4 = 49 + AD^2$$

$$\Rightarrow AD = 6$$

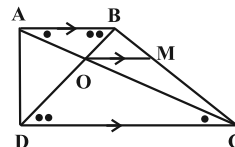
(هندسه ۱- پنذرضلعی‌ها: صفحه ۶۳)

(سیرمهرشا عسینی فرد)

گزینه «۱» - ۶۳

دو مثلث AOB و COD زوایای برابر دارند پس با هم متشابه‌اند و نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت تشابه است، پس:

$$\frac{S_{COD}}{S_{AOB}} = k^2 = 4 \Rightarrow k = \frac{OD}{BO} = 2$$

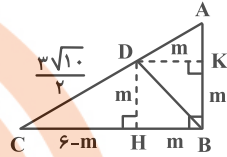




۶۵- گزینه «۴»

(مهررادر ملونری)

چهارضلعی BCDK دوزنقه قائم‌الزاویه است، پس  $DK \parallel BC$  و طبق قضیه خطوط موازی و مورب، نتیجه می‌شود  $\hat{D}_1 = 45^\circ$  و لذا مثلث BDK قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.



فرض می‌کنیم  $DK = KB = m$ ؛ ارتفاع DH را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:

$$m^2 + (6-m)^2 = \left(\frac{3\sqrt{10}}{2}\right)^2 \Rightarrow 2m^2 - 12m + 36 = 22/5$$

$$\Rightarrow 2m^2 - 12m + 13/5 = 0$$

$$m = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 8 \times 13/5}}{4} = \frac{12 \pm 6}{4} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 4/5 \\ m_2 = 1/5 \end{cases}$$

طبق فرض  $BC > AB$ ، پس  $CH > DH$  و در نتیجه:

$$DH = 1/5$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- پندرضلعی‌ها؛

صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

۶۶- گزینه «۱»

(امدرفضا فلاج)

از هر رأس  $n-3$  قطر می‌گذرد. برای سه رأس دوبه‌دو غیرمجاور، با توجه به قطرهای مشترک در مجموع  $3(n-3) - 3$  قطر متمایز بین آن‌ها وجود دارد. پس:

$$3(n-3) - 3 = 18 \Rightarrow 3(n-3) = 21 \Rightarrow n = 10$$

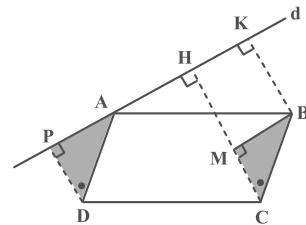
با رسم قطرهای گذرنده از یک رأس  $n$  ضلعی، سطح آن به  $n-2$  مثلث تقسیم می‌شود. پس جواب  $10 - 2 = 8$  می‌باشد.

(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۴ و ۵۵)

۶۷- گزینه «۳»

(هومس عقیلی)

از B عمود BM را بر CH رسم می‌کنیم. در این صورت  $\triangle BMC \cong \triangle APD$  پس  $PD = CM$  و  $BK = MH$  و در نتیجه  $CH = MH + CM$  و داریم  $CH = 8 + 4 = 12$ .

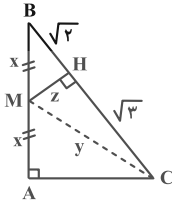


(هنرسه ۱- پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۶۸- گزینه «۲»

(هومس عقیلی)

M را به C وصل می‌کنیم. مطابق شکل، طبق قضیه فیثاغورس داریم:



$$y^2 = z^2 + 3$$

$$- x^2 = z^2 + 2$$

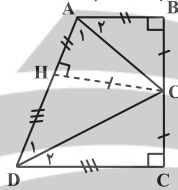
$$y^2 - x^2 = 1 \Rightarrow AC^2 = 1 \Rightarrow AC = 1$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

(ممد صفت‌کار)

۶۹- گزینه «۱»

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{D} = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$$



بنابراین زاویه  $\hat{AOD}$  برابر  $90^\circ$  و مثلث AOD قائم‌الزاویه است. از طرفی دیگر طبق شکل و خاصیت نیمساز خواهیم داشت:

$$\begin{cases} OH = OB = OC \\ AH = AB = 4 \Rightarrow AD = 4 + 9 = 13 \\ DH = DC = 9 \end{cases}$$

طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AOD داریم:

$$OH^2 = AH \times DH = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow OH = 6$$

$$\Rightarrow BC = OB + OC = 6 + 6 = 12$$

$$\Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 4 + 12 + 9 + 13 = 38$$

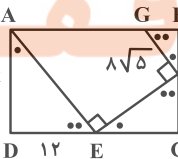
(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن- پندرضلعی‌ها؛

صفحه‌های ۴۱، ۴۲ و ۶۱ تا ۶۳)

(ممد صفت‌کار)

۷۰- گزینه «۴»

مثلث‌های قائم‌الزاویه ADE، CFE و BGF به حالت تساوی دو زاویه متشابه‌اند. بنابراین:



$$\frac{BG}{2x} = \frac{12}{3x} \Rightarrow BG = \frac{2}{3} \times 12 = 8$$

$$\Rightarrow BGF : BF^2 = (8\sqrt{5})^2 - 8^2 = 256$$

$$\Rightarrow BF = 16 \Rightarrow CF = 8$$

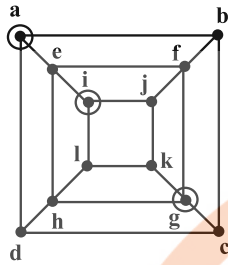
$$\Rightarrow \frac{x}{EC} = \frac{BG}{2x} \Rightarrow \frac{8}{EC} = \frac{8}{16} \Rightarrow EC = 16$$

$$\Rightarrow CD = 16 + 12 = 28 \Rightarrow AB = 28$$

$$\Rightarrow AG = 28 - 8 = 20$$

(هنرسه ۱- قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

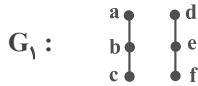




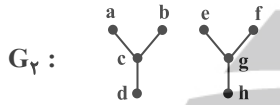
(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

گزینه «۲» -۷۵

(فرزاد بواجری)



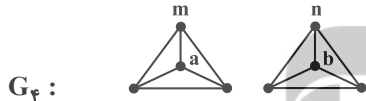
$\gamma = 2$ , یکتاست  $\Rightarrow \{b, e\}$  = مجموعه احاطه گر مینیم



$\gamma = 2$ , یکتاست  $\Rightarrow \{c, g\}$  = مجموعه احاطه گر مینیم



$G_3$  دارای دو مجموعه احاطه گر با اندازه ۲ می‌باشد یکی  $\{a, b\}$  و دیگری  $\{a, c\}$ ؛ لذا غیر یکتاست.



دو مجموعه  $\{m, n\}$  و  $\{a, b\}$  در  $G_4$  احاطه گر مینیم با اندازه ۲ هستند لذا یکتا نیستند.

پس در دو مورد از چهار گراف بالا مجموعه احاطه گر یکتا بوده و  $\gamma = 2$  می‌باشد.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

گزینه «۳» -۷۶

(کیوان دارایی)

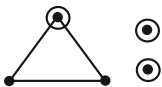
در این گراف چون  $\gamma = 1$  بنابراین گراف رأس فول دارد. به عبارتی:

$$\Delta = p - 1 = 5 - 1 = 4$$

و چون گراف تنها دو  $\gamma -$  مجموعه دارد، پس تنها دو رأس فول یعنی رأس درجه ۴ دارد. کمترین اندازه گراف زمانی است که ۳ رأس دیگر گراف از درجه ۲ باشند (توجه داشته باشید با درجات پایین تر گرافی وجود ندارد). پس درجات رئوس گراف  $G$  به صورت ۲، ۲، ۲، ۴، ۴ است. برای به دست آوردن درجات رئوس در گراف مکمل، درجات رئوس  $G$  را از  $p - 1$  یعنی ۴، کم می‌کنیم. پس دنباله درجات گراف  $\bar{G}$  به صورت زیر است:

۰، ۲، ۲، ۲، ۰

که اگر آن را رسم کنیم خواهیم دید که  $\gamma(\bar{G}) = 3$ .



(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

### ریاضیات گسسته

گزینه «۳» -۷۱

(مهم صحت کار)

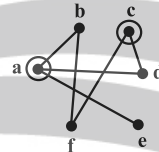
گزاره‌های «الف»، «ب» و «پ» گزاره‌هایی درست هستند اما گزاره «ت» گزاره‌ای نادرست است. زیرا برای هر گراف با مجموعه رأس‌های  $V = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ ، خود مجموعه  $V$  مجموعه‌ای احاطه گر است.

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۵)

گزینه «۲» -۷۲

(مهم صحت کار)

ابتدا باید گرافی با ۶ رأس رسم کنیم و هر رأس را به نام یکی از شهرها نام‌گذاری کنیم. سپس نقاط متناظر با شهرهایی که فاصله آن‌ها ۲۰ کیلومتر یا کمتر است را به هم وصل کنیم. در این شرایط، هدف، یافتن عدد احاطه‌گری این گراف است.



مجموعه‌های دو عضوی  $\{a, c\}$  و  $\{a, f\}$  مجموعه‌های احاطه گر مینیم این گراف هستند. بنابراین:

$$\gamma(G) = 2$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۶)

گزینه «۴» -۷۳

(کیوان دارایی)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$p = 8, \Delta = 3, \gamma = 2 \Rightarrow 2 = \frac{8}{3+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۲»:

$$p = p, \Delta = p-1, \gamma = 1 \Rightarrow 1 = \frac{p}{p-1+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۳»:

$$p = p, \Delta = 0, \gamma = p \Rightarrow p = \frac{p}{0+1} \Rightarrow \gamma = \frac{p}{\Delta+1}$$

گزینه «۴»:

$$p = 6, \Delta = 2, \gamma = 3 \Rightarrow 3 \neq \frac{6}{2+1} \Rightarrow \gamma \neq \frac{p}{\Delta+1}$$

(ریاضیات گسسته-گراف و مدل سازی: صفحه‌های ۴۳ و ۴۴)

گزینه «۳» -۷۴

(کیوان دارایی)

در این گراف  $\gamma = 3$ ، به عنوان مثال یکی از  $\gamma -$  مجموعه‌ها، مجموعه  $\{a, g, i\}$  است.



## ریاضیات گسسته - پیشروی سریع

(ممنوع صحت‌کاری)

## ۸۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است.

گزینه «۲»: احاطه‌گر نیست.

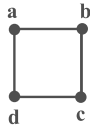
گزینه «۳»: یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم است که با توجه به گزینه «۱»، مینیمم نیست.

گزینه «۴»: احاطه‌گر است ولی مینیمم نیست زیرا با حذف رأس  $d$  همچنان احاطه‌گر باقی می‌ماند.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(ممنوع صحت‌کاری)

## ۸۲- گزینه «۴»

این گراف گرانی ناهمبند با ۳ بخش است. برای یافتن تعداد مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم باید ابتدا تعداد  $7$ -مجموعه‌های هر بخش را حساب کنیم و سپس این اعداد را در هم ضرب کنیم.

$$\binom{4}{2} = 6$$



$$\binom{2}{1} = 2$$



$$\binom{3}{1} = 3$$

رأس‌های  $j$  و  $k$  در همه مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم هستند. بنابراین:

$$36 = 6 \times 2 \times 3 = 7\text{-تعداد مجموعه‌ها}$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(مصطفی بیداری)

## ۸۳- گزینه «۱»

مرتبه گراف فرد است پس  $k$  باید زوج باشد یعنی  $8, 6, 4 = k$ . کرانپایین عدد احاطه‌گری برابر  $\left\lfloor \frac{P}{\Delta+1} \right\rfloor$  یا  $\left\lfloor \frac{P}{k+1} \right\rfloor$  است. پس داریم:

$$\Delta = 4 \Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{4+1} \right\rfloor = 3$$

$$\Delta = 6 \Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{6+1} \right\rfloor = 2 \Rightarrow 4 + 3 + 2 = 9$$

$$\Delta = 8 \Rightarrow \left\lfloor \frac{17}{8+1} \right\rfloor = 1$$

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۹)

(معمودار ملونری)

## ۷۷- گزینه «۴»

گزینه‌های «۱» تا «۳» را می‌توان با اضافه کردن یک رأس دیگر به مجموعه احاطه‌گر تبدیل کرد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»:

$$\{b, c, l\} \cup \{k\} = \{b, c, k, l\}$$

گزینه «۲»:

$$\{c, f, j\} \cup \{k\} = \{c, f, j, k\}$$

گزینه «۳»:

$$\{e, g, i\} \cup \{h\} = \{e, g, i, h\}$$

در گزینه «۴»، مجموعه  $\{h, i, l\}$  هیچ یک از رئوس  $a$  و  $d$  و همچنین رئوس مجاور آن‌ها را ندارد و از آنجا که مجموعه رئوس مجاور هر یک از رأس‌های  $a$  و  $d$  فاقد عضو مشترک هستند، لذا نمی‌توان فقط با یک رأس، مجموعه داده شده را به مجموعه احاطه‌گر تبدیل کرد.

(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(امد رضا فلاح)

## ۷۸- گزینه «۱»

بررسی موارد:

(الف) این مجموعه احاطه‌گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعه باقی‌مانده احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمم است.

(ب) این مجموعه احاطه‌گر است و با حذف هر عضو آن، مجموعه باقی‌مانده احاطه‌گر نیست، پس احاطه‌گر مینیمم است.

(پ) این مجموعه احاطه‌گر است اما با حذف رأس  $d$  مجموعه باقی‌مانده  $\{a, f, g\}$  کماکان احاطه‌گر است. پس این مجموعه مینیمم نیست.

(ت) این مجموعه هم شبیه مجموعه‌های (الف) و (ب) مینیمم است.

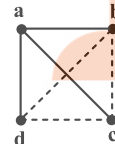
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

(ممنوع صحت‌کاری)

## ۷۹- گزینه «۳»

برای آن که مجموعه یک عضوی  $D = \{a\}$  مجموعه‌ای احاطه‌گر باشد باید رأس  $a$  با همه رأس‌های دیگر مجاور باشد. بنابراین در مجموعه یال‌های این گراف یال‌های  $ab$ ،  $ac$  و  $ad$  حتماً هستند اما سه یال دیگر یعنی  $bc$ ،  $bd$  و  $cd$  می‌توانند در مجموعه یال‌های این گراف باشند یا نباشند. پس تعداد گراف‌های مطلوب برابر است با:

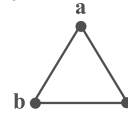
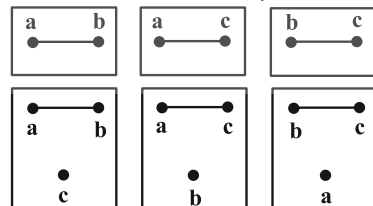
$$2 \times 2 \times 2 = 8$$



(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۴)

(سوکندر روشنی)

## ۸۰- گزینه «۳»

اگر گراف  $C_3$  را به صورت زیر در نظر بگیریم:زیرگراف‌هایی که دارای دو  $7$ -مجموعه متمایز هستند عبارتند از:

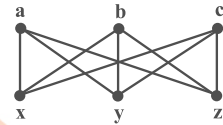
(ریاضیات گسسته - گراف و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)



## ۸۴- گزینه «۲»

(کیوان دارایی)

برای تحلیل راحت تر گراف، گراف یکریخت (هم نوع) با آن را رسم می کنیم.



در این گراف  $\gamma = 2$ ، اما گراف دو مجموعه احاطه گر مینیمال ۳ عضوی دارد: مجموعه های  $\{a, b, c\}$  و  $\{x, y, z\}$

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

## ۸۵- گزینه «۳»

(کیوان دارایی)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: مجموعه  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال است، زیرا با حذف هر رأس، مجموعه دیگر احاطه گر نخواهد بود.

گزینه «۲»: مجموعه  $\{1, 8, 9\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال است.

گزینه «۳»: این مجموعه احاطه گر است، اما مینیمال نیست، زیرا اگر عضو ۸ را از مجموعه حذف کنیم، مجموعه کماکان احاطه گر خواهد بود.

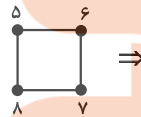
گزینه «۴»: مجموعه  $\{1, 3, 9, 10\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمال است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)

## ۸۶- گزینه «۲»

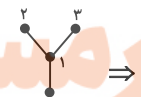
(کیوان دارایی)

عدد احاطه گری  $C_4$  با ۲ برابر است، یعنی گراف با حداقل ۲ رأس احاطه می شود. هر دو رأس هم انتخاب کنیم، یک مجموعه احاطه گر تشکیل می دهند. مجموعه های دارای بیشتر از ۲ عضو نیز قطعاً احاطه گر خواهند بود. بنابراین:



$$\text{تعداد مجموعه های احاطه گر} = \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 6 + 4 + 1 = 11$$

از طرفی بخش دیگر گراف یعنی گراف زیر نیز دو نوع مجموعه احاطه گر دارد. آنهایی که شامل رأس ۱ هستند و آنهایی که شامل رأس ۱ نیستند.



$$9 = 1 + 2^3 = \text{تعداد مجموعه های احاطه گر} \Rightarrow$$

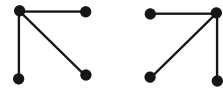
بنابراین تعداد کل مجموعه های احاطه گر این گراف برابر است با  $9 \times 11 = 99$  حاصل ضرب این دو عدد، یعنی:

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ و ۴۴)

## ۸۷- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

چنین گرافی می تواند از دو بخش مجزا تشکیل شده باشد که در هر بخش، یک رأس وجود دارد که با تمام رئوس دیگر مجاور است. مطابق شکل چنین گرافی حداقل ۶ یال دارد.



(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۵۴)

## ۸۸- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومبوب)

عدد احاطه گری  $P_6$  برابر ۲ است، پس مجموعه های احاطه گر آن ۲ تا ۶ عضوی هستند. تنها مجموعه احاطه گر ۲ عضوی (مجموعه احاطه گر مینیمم)، مجموعه  $\{b, e\}$  است. این گراف دارای ۶ مجموعه احاطه گر ۳ عضوی شامل  $b$  به صورت  $\{b, c, e\}$ ،  $\{b, c, f\}$ ،  $\{b, d, e\}$ ،  $\{b, e, a\}$ ،  $\{b, d, f\}$  و  $\{b, e, f\}$  است. برای رئوس این

گراف می توان  $\binom{5}{3} = 10$  مجموعه ۴ عضوی شامل رأس  $b$  تعریف کرد

که فقط مجموعه  $\{a, b, c, d\}$  احاطه گر نیست. این گراف دارای

$\binom{5}{4} = 5$  مجموعه ۵ عضوی احاطه گر شامل رأس  $b$  است و همچنین تنها

یک مجموعه ۶ عضوی احاطه گر در این گراف موجود است که طبیعتاً شامل رأس  $b$  نیز می باشد. بنابراین تعداد مجموعه های احاطه گر شامل رأس  $b$  برابر است با:

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۵)

## ۸۹- گزینه «۱»

(امیرمسین ابومبوب)

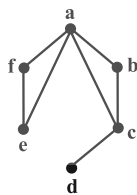
عدد احاطه گری گراف  $\overline{C_n}$  ( $n \geq 4$ ) همواره برابر ۲ است. می دانیم درجه تمام رأس های گراف  $C_n$  برابر ۲ است، پس در گراف  $\overline{C_n}$ ، هر رأس فقط با دو رأس دیگر مجاور نیست. فرض کنید رأس  $a$  در گراف  $C_n$  با دو رأس  $b$  و  $c$  مجاور باشد. در این صورت قطعاً  $b$  و  $c$  در گراف  $C_n$  مجاور نیستند، چون در غیر این صورت دوری به طول ۳ شامل سه رأس  $a$ ،  $b$  و  $c$  ایجاد می شود که در گراف های  $C_n$  ( $n \geq 4$ ) امکان پذیر نیست، بنابراین رأس  $a$ ،  $n-2$  رأس گراف  $\overline{C_n}$  به جز  $b$  و  $c$  را احاطه می کند و با توجه به مجاور بودن  $b$  و  $c$  در گراف  $\overline{C_n}$ ، هر کدام از مجموعه های  $\{a, b\}$  یا  $\{a, c\}$  یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای گراف  $\overline{C_n}$  است.

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۵۴)

## ۹۰- گزینه «۴»

(امیرمسین ابومبوب)

درجات رئوس این گراف تنها می تواند به صورت ۱، ۲، ۲، ۲، ۳، ۴ باشد. طبق صورت سؤال این گراف دوری به طول بزرگ تر از ۳ ندارد، پس تنها به صورت زیر قابل رسم است:



مجموعه های احاطه گر مینیمال این گراف عبارتند از:

 $\{a, c\}$ ،  $\{a, d\}$ ،  $\{c, f\}$ ،  $\{c, e\}$ ،  $\{b, d, e\}$ ،  $\{b, d, f\}$ 

(ریاضیات گسسته- گراف و مدل سازی: صفحه های ۴۳ تا ۴۷)



## فیزیک ۳

۹۱- گزینه «۴»

(علیرضا جباری)

بررسی موارد:

الف) نادرست؛ هنگام انتشار امواج لرزه‌ای، امواج اولیه  $p$  از نوع طولی و امواج ثانویه  $s$  از نوع عرضی هستند.

ب) نادرست؛ وقتی امواج در یک طناب منتشر می‌شوند، تمام ذرات آن، با بسامدی یکسان که همان بسامد چشمه موج است نوسان می‌کنند.

پ) درست؛ هنگام انتشار موج طولی، فاصله بین دو تراکم متوالی به اندازه طول موج است.

ت) درست؛ امواج ایجاد شده روی سطح آب و همچنین تمام امواج الکترومغناطیسی مانند امواج رادیویی، از نوع عرضی هستند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹، ۷۰، ۷۶ و ۷۸)

۹۲- گزینه «۳»

(علی بزرگر)

ابتدا می‌توان بسامد موج را به دست آورد:

$$f = \frac{n}{t} = \frac{90}{60} = \frac{3}{2} \text{ Hz}$$

می‌دانیم فاصله یک قله تا دره مجاورش برابر نصف طول موج است. لذا

می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda}{2} = 15 \Rightarrow \lambda = 30 \text{ cm} = 0.3 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow v = \lambda f = 0.3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{20} = 0.45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۲)

۹۳- گزینه «۳»

(غلامرضا مبین)

با توجه به نمودار جابه‌جایی- مکان داریم:

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

و با توجه به نمودار مکان- زمان داریم:

$$\frac{T}{2} = 0.01 \Rightarrow T = 0.02 \text{ s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\lambda = v \times T \Rightarrow 0.4 = v \times 0.02 \Rightarrow v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow \Delta x = vt = 20 \times 2 = 40 \text{ m}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۹۴- گزینه «۴»

(مسلم ناری)

ابتدا رابطه تندی انتشار موج عرضی را به صورت زیر می‌نویسیم و بعد  $v$  را حساب می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} = \sqrt{\frac{F}{\rho \frac{\pi D^2}{4}}} = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

$$\Rightarrow v = \frac{2}{2 \times 10^{-2}} \sqrt{\frac{75}{4000 \times 3}} = 100 \times \frac{5}{20} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

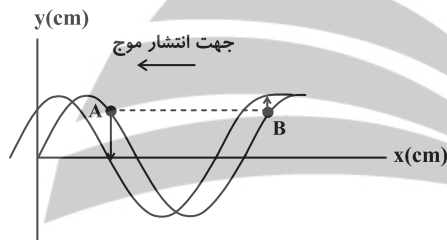
از روی شکل طول موج را محاسبه می‌کنیم و بعد فرکانس را به کمک رابطه

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$\frac{3}{4} \lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 20 \text{ cm} \Rightarrow f = \frac{25}{20 \times 10^{-2}} = 125 \text{ Hz}$$

برای قسمت بعدی سؤال، با توجه به جهت انتشار موج، نقطه  $A$  به سمت پایین (مرکز نوسان) و نقطه  $B$  به سمت بالا (نقطه بازگشت) حرکت می‌کند.

پس نقطه  $B$  حرکت کندشونده دارد.



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۹۵- گزینه «۲»

(عباس اصغری)

ابتدا سرعت انتشار موج عرضی را در ریسمان محاسبه می‌کنیم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{\rho \cdot L \cdot A}}$$

$$v = \sqrt{\frac{F}{\rho \cdot A}} = \sqrt{\frac{10 \cdot \text{N}}{8 \times 10^3 \times 2 \times 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{10^4}{16}} = \frac{100}{4} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی با توجه به این که طول موج از روی شکل معلوم است دوره نوسانات

را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{3\lambda}{2} = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 0.1 \text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.1}{25} = \frac{1}{250} \text{ s}$$

حال محاسبه می‌کنیم که بازه زمانی  $t_1$  تا  $t_1 + \frac{1}{100}$  چه کسری از دوره

نوسان ذرات محیط است.

$$\Delta t = \frac{1}{100}, \quad \frac{\Delta t}{T} = \frac{100}{1} \Rightarrow \Delta t = 2/5 T$$

در مدت زمان  $2/5 T$  هر ذره از محیط مسافتی معادل  $L = 10 \text{ A}$  را طی

می‌کند.  $A$  دامنه نوسان ذرات محیط است.  $L = 10 \times 2 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$

$$\frac{d_1}{v_S} - \frac{d_1}{v_P} = \Delta t_1 \xrightarrow{\Delta t_1 = 70 - 0 = 70 \text{ s}} \xrightarrow{v_S = 4/5 \frac{\text{km}}{\text{s}}, v_P = 8 \frac{\text{km}}{\text{s}}}$$

$$d_1 = \frac{70}{\frac{1}{4/5} - \frac{1}{8}} = 720 \text{ km}$$

$$\frac{d_2}{v_S} - \frac{d_2}{v_P} = \Delta t_2 \xrightarrow{\Delta t_2 = 455 - 210 = 245 \text{ s}}$$

$$d_2 = \frac{245}{\frac{1}{4/5} - \frac{1}{8}} = 2520 \text{ km}$$

با فرض این که اولین موج P در لحظه  $t = t_0$  دریافت شده، زمان رخ

دادن هر زمین لرزه را حساب می‌کنیم، زمان رخ دادن زمین لرزه (۱) را با  $t_1$  و زمین لرزه (۲) را با  $t_2$  نشان می‌دهیم:

$$\frac{d_1}{t_0 - t_1} = v_P \xrightarrow{d_1 = 720 \text{ km}} t_0 - t_1 = 90 \Rightarrow t_1 = t_0 - 90$$

$$\frac{d_2}{(t_0 + 210) - t_2} = v_P$$

$$\xrightarrow{d_2 = 2520 \text{ km}} (t_0 + 210) - t_2 = 315 \Rightarrow t_2 = t_0 - 105$$

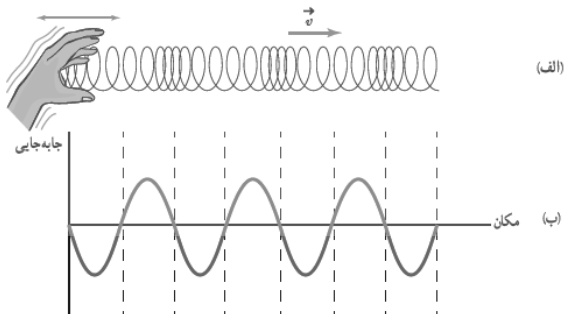
بنابراین زلزله (۲)، ۱۵ ثانیه قبل از زلزله (۱) رخ داده است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

(مهران اسماعیلی)

۹۹- گزینه «۲»

با توجه به شکل ۳-۲۳ کتاب درسی صفحه ۷۷، در مکان‌هایی که بیشترین جمع‌شدگی یا بیشترین بازشدگی حلقه‌ها رخ می‌دهد، جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل برابر صفر است. بنابراین مورد (ب) درست و مورد (پ) نادرست است. از طرفی با دقت در شکل ملاحظه می‌شود در وسط فاصله بین یک جمع‌شدگی بیشینه و یک بازشدگی بیشینه مجاور هم، اندازه جابه‌جایی هر جزء فنر از وضعیت تعادل بیشینه است. پس مورد (ت) نیز نادرست است. همچنین با توجه به تعریف طول موج و دامنه موارد (الف) و (ت) درست هستند.



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۷۷)

$$\Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{20 \text{ cm}}{\frac{1}{100} \text{ s}} = 2000 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

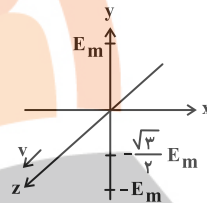
$S_{av}$ : تندی متوسط

نکته: هر نوسانگر در مدت ۱ دوره مسافتی معادل ۴ برابر دامنه نوسان و در مدت نصف دوره مسافتی معادل ۲ برابر دامنه نوسان را طی می‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

(ممد نواوندی مقدم)

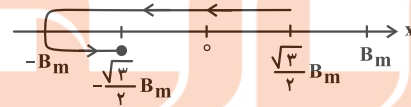
۹۶- گزینه «۱»



با استفاده از قاعده دست راست مشاهده می‌شود که اگر انگشتان دست را در جهت  $-y$  و انگشت شست دست راست را در جهت  $+z$  قرار دهیم کف دست در جهت  $+x$  قرار می‌گیرد که جهت میدان مغناطیسی در لحظه  $t = \frac{T}{4}$  است و چون میدان الکتریکی در حال کاهش است، میدان

مغناطیسی نیز در حال کاهش خواهد بود و در زمان  $t' = \frac{3T}{4}$  چون به

مدت  $\frac{3T}{4} - \frac{T}{4} = \frac{T}{2}$  از دوره گذشته است، مقدار میدان مغناطیسی برابر همین مقدار در جهت  $-x$  می‌شود و مقدار آن در حال کاهش است.



(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مسام ناری)

۹۷- گزینه «۳»

بررسی موارد:

(الف) نادرست؛ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی همواره همگام هستند.

(ب) درست

(پ) نادرست؛ بار الکتریکی چه ساکن باشد و چه متحرک در اطراف خودش میدان الکتریکی ایجاد می‌کند ولی برای ایجاد میدان مغناطیسی، حتماً باید متحرک باشد.

(ت) نادرست؛ امواج مکانیکی برای انتشار نیاز به محیط مادی دارند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج: صفحه ۷۴)

(دانیال راستی)

۹۸- گزینه «۱»

با توجه به این که موج P زودتر از موج S دریافت می‌شود، دو موج اول مربوط به زمین لرزه (۱) و دو موج دوم مربوط به زمین لرزه (۲) می‌شوند. ابتدا فاصله مکانی هر کدام از زلزله‌ها را از مرکز لرزه‌نگاری به دست می‌آوریم:





## ۱۰۰- گزینه «۳»

(مسام ناری)

فاصله قله و دره در یک موج سینوسی مضرب فردی از نصف طول موج است

یعنی  $\frac{\lambda}{2}(2n-1)$ . در این سؤال داریم:

$$90 = (2n-1) \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{180}{2n-1} \text{ (cm)}$$

باید  $n = 1, 2, 3, \dots$ 

$$\Rightarrow \begin{cases} n=1 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{1} = 180 \text{ cm} = 1/8 \text{ m} \\ n=2 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{3} = 60 \text{ cm} = 0/6 \text{ m} \\ n=3 \Rightarrow \lambda = \frac{180}{5} = 36 \text{ cm} = 0/36 \text{ m} \\ \vdots \end{cases}$$

فاصله دو قله متوالی برابر طول موج است که طبق محاسبات بالا ۳ مقدار از مقادیر داده شده در صورت سؤال صدق می کنند.

$$\text{اگر } \lambda = 0/9 \text{ m} \Rightarrow 90 = \frac{180}{2n-1} \Rightarrow 2n-1 = 2 \Rightarrow n = \frac{3}{2} \quad \times$$

$$\text{اگر } \lambda = 0/3 \text{ m} \Rightarrow 30 = \frac{180}{2n-1} \Rightarrow 2n-1 = 6 \Rightarrow n = \frac{7}{2} \quad \times$$

 $n$  باید یک عدد صحیح مثبت باشد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۰ و ۷۱)

## فیزیک ۳- پیشروی سریع

## ۱۰۱- گزینه «۴»

(مسام ناری)

موارد (ب) و (ث) درست هستند.

علت نادرستی سایر موارد:

(الف) صوت یک موج مکانیکی طولی است و برای انتشار نیاز به محیط مادی دارد.

(پ) در حالی که موج صوتی از بلندگو به سمت شنونده منتشر می شود، مولکول های هوا در جای خود نوسان می کنند و همراه موج حرکت نمی کنند.

(ت) فاصله بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی برابر طول موج است.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۸ و ۷۹)

## ۱۰۲- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

دو صوت یکی از طریق هوا و دیگری از طریق میله به گوش فرد خواهد رسید و می دانیم تندی صوت در جامدات به مراتب بیشتر از مایعات است:

$$t_{\text{هوا}} - t_{\text{میله}} = 0/2 \text{ s} \Rightarrow \frac{d}{v_{\text{هوا}}} - \frac{d}{v_{\text{میله}}} = 0/2$$

$$\Rightarrow 22 \left( \frac{1}{320} - \frac{1}{v_{\text{میله}}} \right) = 0/2 \Rightarrow \frac{1}{v_{\text{میله}}} = \frac{1}{320} - \frac{1}{360}$$

$$\Rightarrow v_{\text{هوا}} = 9 \text{ v} = 9 \times 320 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v_{\text{میله}} = 2880 \text{ m/s}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۷۸ تا ۸۰)

## ۱۰۳- گزینه «۴»

(مبتنی نکویان)

با توجه به رابطه مربوط به تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \xrightarrow{I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2}} \beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{P}{4\pi r^2 I_0}$$

$$\frac{\beta = 64 \text{ dB}, P = 120 \text{ W}}{\pi = 3, I_0 = 10^{-12} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}} \rightarrow 64 = 10 \log \frac{120}{12r^2 (10^{-12})}$$

$$\Rightarrow 6/4 = \log \frac{10^{13}}{r^2} \Rightarrow 7 - 2(0/3) = \log \frac{10^{13}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \log 10^7 - \log r^2 = \log \frac{10^{13}}{r^2} \Rightarrow \log \frac{10^7}{r^2} = \log \frac{10^{13}}{r^2}$$

$$\Rightarrow \frac{10^7}{r^2} = \frac{10^{13}}{r^2} \xrightarrow{\text{جنر}} r = 2 \times 10^3 \text{ m} = 2 \times 10^5 \text{ cm}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۰ و ۸۱)

## ۱۰۴- گزینه «۲»

(پوریا علاقه مند)

با استفاده از تعریف تراز شدت صوت داریم:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{\log \frac{I_2}{I_0}}{\log \frac{I_1}{I_0}} \rightarrow \beta_2 = 8\beta_1$$

$$8 \log \frac{I_1}{I_0} = \log \frac{I_2}{I_0} \Rightarrow \left( \frac{I_1}{I_0} \right)^8 = \frac{I_2}{I_0} \xrightarrow{I_2 = 10 \cdot I_1}$$

$$\frac{10 \cdot I_1}{I_0} = \left( \frac{I_1}{I_0} \right)^8 \Rightarrow \left( \frac{I_1}{I_0} \right)^7 = 100$$

$$7 \log \frac{I_1}{I_0} = \log 10^2 \Rightarrow \beta_1 = \frac{20}{7} \text{ dB}$$

$$\Rightarrow \beta_2 = 8\beta_1 \Rightarrow \beta_2 = \frac{160}{7} \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه های ۸۰ و ۸۱)

## ۱۰۵- گزینه «۲»

(مبتنی نکویان)

اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه را برحسب دسی بل می توان از رابطه

زیر به دست آورد:

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1}$$



(مهران اسماعیلی)

## گزینه ۲ - ۱۰۸

همان طور که می‌دانید، هنگامی که چشمه صوت حرکت می‌کند، تراکم جبهه‌های موج در جلوی چشمه بیشتر از پشت چشمه است. با توجه به این که تراکم جبهه‌های موج در سمت شنونده B بیشتر از سمت شنونده A است، پس چشمه موج از A به سمت B در حرکت است. بنابراین برای شنونده A طول موج صوت دریافتی بلندتر از  $\lambda_S$  و برای شنونده B کوتاه‌تر از  $\lambda_S$  خواهد بود. یعنی  $\lambda_A > \lambda_S > \lambda_B$ . از طرفی دیگر با توجه به شکل جبهه‌های موج ملاحظه می‌شود، چشمه صوت از جبهه‌های موجی که قبلاً ایجاد کرده، عبور نمی‌کند، بنابراین تندی چشمه صوت کمتر از تندی انتشار صوت در محیط است یعنی  $v_S < v$ .



(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۸۲)

(مسام ناری)

## گزینه ۲ - ۱۰۹

وقتی چشمه نور از ناظر (آشکارساز) دور می‌شود، طول موج افزایش می‌یابد که به آن اصطلاحاً انتقال به سرخ می‌گویند و وقتی چشمه نور به ناظر نزدیک می‌شود، طول موج کاهش پیدا می‌کند که به آن اصطلاحاً انتقال به آبی می‌گویند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۸۳)

(مسام ناری)

## گزینه ۳ - ۱۱۰

با توجه به شکل، دامنه موج صوتی A، دو برابر دامنه موج صوتی B و طول موج A، دو برابر طول موج B است. با توجه به رابطه  $f = \frac{v}{\lambda}$  و این که

تندی انتشار صوت در یک محیط ثابت است، می‌توان گفت بسامد A،  $\frac{1}{2}$

برابر B است. حال داریم:

I : شدت صوت

f : بسامد

$$I \propto \frac{A^2 f^2}{d^2}$$

$$\frac{I_A}{I_B} = \left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \left(\frac{f_A}{f_B}\right)^2 \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = 2^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{2r}{r}\right)^2 = 4$$

$$\Delta\beta = \beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 10 \times \log 4 = 20 \log 2 = 20 \times 0.3 = 6 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه ۸۸)

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

برای اختلاف تراز شدت صوت بین دو نقطه A و B داریم:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2 \rightarrow \frac{\beta_A - \beta_B}{10} = 2 \log \frac{r_B}{r_A} \rightarrow 12 = 2 \log \frac{r_A + 9}{r_A}$$

$$\Rightarrow 6 = \log \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2 \Rightarrow 4(0.3) = 2 \log 2 = \log \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2$$

$$\Rightarrow 2^4 = \left(\frac{r_A + 9}{r_A}\right)^2 \rightarrow 4 = \frac{r_A + 9}{r_A} \Rightarrow r_A = 3 \text{ m}$$

در نهایت تراز شدت صوت را در نقطه C به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\beta_C = 10 \log \frac{P}{4\pi r_C^2 \cdot I} \rightarrow \frac{P}{4\pi r_C^2 \cdot I} = 10^{\frac{\beta_C}{10}} = 10^{\frac{120}{10}} = 10^{12}$$

$$r_C = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20 \text{ m}$$

$$I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

$$\beta_C = 10 \log \frac{120}{12(4 \times 10^2)(10^{-12})} = 10 \log \frac{10^{11}}{4} = 10[\log 10^{11} - \log 4] = 10[11 - 2(0.3)] = 10 \times 10.4 \text{ dB}$$

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

(ممدریوار سورپی)

## گزینه ۱ - ۱۰۶

می‌دانیم ارتفاع صوت، بسامدی از صوت است که گوش ما درک می‌کند؛ بنابراین برای افزایش ارتفاع باید بسامد صوت افزایش یابد. وقتی ضربه‌ای که به دیپازون می‌زنیم، محکم‌تر شود، بسامد صوت دیپازون که مقداری معین است، تغییر نمی‌کند، بلکه شدت آن افزایش می‌یابد. از طرفی وقتی به چشمه صوت نزدیک می‌شویم، شدت صوت افزایش می‌یابد ولی بسامد آن که وابسته به چشمه صوت است تغییر نمی‌کند. وقتی صوت از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود، تندی اش تغییر می‌کند ولی بسامد تغییر نمی‌کند. بنابراین در هیچ یک از حالت‌های گفته شده، بسامد و در نتیجه ارتفاع صوت تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ و ۸۲)

(علیرضا بیاری)

## گزینه ۱ - ۱۰۷

وقتی چشمه صوتی ساکن است، طول موج در اطراف آن برای همه شنونده‌ها یکسان است و ربطی به این ندارد که با چه سرعتی و در چه جهتی حرکت می‌کنند. بنابراین گزینه‌های «۲» و «۳» رد می‌شوند. از طرفی شنونده‌های A و B هر دو با تندی یکسان به طرف چشمه صوتی نزدیک می‌شوند بنابراین بسامد یکسانی را دریافت می‌کنند یعنی  $f_A = f_B$  است. اما چون شنونده C با تندی بیشتری نسبت به شنونده B و هم‌جهت با آن حرکت می‌کند پس بسامدی که شنونده C دریافت می‌کند بیشتر از بسامدی است که شنونده B دریافت می‌کند و گزینه «۴» رد می‌شود. توجه کنید که فاصله شنونده‌ها تا چشمه صوت روی بسامد دریافتی تأثیر ندارد بلکه شدت صوت دریافتی را تغییر می‌دهد.

(فیزیک ۳- نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۲ و ۸۳)

## فیزیک ۲

۱۱۱- گزینه «۴»

(مسام تاری)

وقتی خازن شارژ شده و سپس آن را جدا می‌کنیم، بار آن ثابت می‌ماند. با دو برابر شدن فاصله صفحات، ظرفیت خازن طبق رابطه  $C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d}$ ، نصف می‌شود و داریم:

$$q = CV \Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = \frac{C_2}{C_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow 1 = \frac{1}{2} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

برای تغییرات انرژی خواهیم داشت:

$$U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \xrightarrow{q \text{ ثابت}} \frac{U_2}{U_1} = \frac{C_1}{C_2} = 2$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۱۱۲- گزینه «۳»

(آراس ممردی)

چون نمودار انرژی خازن برحسب فاصله صفحات به صورت خطی است، بنابراین خازن از مولد جدا شده است. زیرا:

$$U = \frac{Q^2}{2C} \xrightarrow{C = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{d}} U = \frac{Q^2}{2\kappa \epsilon_0 A} \times d \Rightarrow Q \text{ ثابت}$$

شیب خط

با توجه به نمودار داریم (به واحدها توجه شود):

$$\text{شیب خط} = \frac{Q^2}{2\kappa \epsilon_0 A} = \frac{0/9 \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-6}} = 30$$

$\kappa = 1, \epsilon_0 = 9 \times 10^{-12} \frac{F}{m}, A = 6 \times 10^{-5} m^2$

$$30 = \frac{Q^2}{2 \times 1 \times 9 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-5}} \Rightarrow Q = 180 \times 10^{-9} C$$

قسمت اول سؤال:

$$Q = CV \xrightarrow{Q = \text{ثابت}} \frac{V_2}{V_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad \frac{C_1}{C_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$d_2 = 60 \mu m, d_1 = 30 \mu m$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{60}{30} \Rightarrow V_2 = 2V_1$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} \times 100 \xrightarrow{V_2 = 2V_1} \frac{2V_1 - V_1}{V_1} \times 100 = 100\%$$

 $\Rightarrow$  ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد

قسمت دوم سؤال:

چون که  $Q$  ثابت و نسبت اختلاف پتانسیل‌ها معلوم است برای به دست آوردن تغییرات انرژی ذخیره شده از فرمول  $\Delta U = \frac{1}{2} Q \Delta V$  استفاده می‌کنیم. ابتدا

 $\Delta V$  که همان  $V_1$  است را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = \frac{Q}{C_1} \xrightarrow{Q = 180 \times 10^{-9} C, d_1 = 30 \mu m} V_1 = \frac{180 \times 10^{-9} C}{1 \times 9 \times 10^{-12} \times 6 \times 10^{-5}} = 30 \times 10^6$$

$$\Rightarrow V_1 = 10000 V$$

و در نهایت تغییرات انرژی ذخیره شده در خازن:

$$\Delta U = \frac{1}{2} Q \Delta V \xrightarrow{Q = 180 \times 10^{-9} C, \Delta V = V_1 = 10^4 V}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \times 180 \times 10^{-9} \times 10^4 = 900 \mu J$$

روش دوم قسمت اول، طبق رابطه  $E = \frac{Q}{\kappa \epsilon_0 A}$  و ثابت بودن  $Q$  می‌توانگفت  $E$  ثابت است و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{d_1}{d_2} \Rightarrow 1 = \frac{V_2}{V_1} \times \frac{1}{2}$$

ولتاژ ۱۰۰ درصد افزایش داشته  $\Rightarrow V_2 = 2V_1$ 

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۰)

۱۱۳- گزینه «۳»

(آراس ممردی)

با استفاده از رابطه ظرفیت خازن تحت داریم:

$$C = \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow d = \frac{\kappa \epsilon_0 A}{C} = \frac{10 \times 9 \times 10^{-12} \times 5 \times 10^{-4}}{8 \times 10^{-9}} = \frac{45}{8} \times 10^{-6} m$$

و چون در صورت سؤال گفته است که میدان بیشتر از  $2 \times 10^7 \frac{N}{C}$  شود خازن دچار فروریزش می‌شود پس اختلاف پتانسیل میان دو صفحه خازن نیز بیشینه می‌شود و داریم:

$$E = \frac{V}{d} \Rightarrow V_{\max} = E_{\max} d = 2 \times 10^7 \times \frac{45}{8} \times 10^{-6} = \frac{900}{8} V$$

حال طبق رابطه  $q = CV$ ، بیشترین بار ذخیره شده در خازن را به دست می‌آوریم:

$$q_{\max} = CV_{\max} \Rightarrow q_{\max} = 8 \times 10^{-9} \times \frac{900}{8} = 9 \times 10^{-7} C = 0.9 \mu C$$

(فیزیک ۲- الکتروسیسته ساکن: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۱۱۴- گزینه «۲»

(علی بزرگر)

می‌دانیم اگر نمودار  $I-V$  برای یک مقاومت خطی باشد، مقاومت آن یک مقدار ثابت است و با تغییر جریان،  $R$  تغییر نمی‌کند، لذا داریم:

$$R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{30}{5} = 6 \Omega \Rightarrow \alpha = 6$$

$$R_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} \Omega \Rightarrow \beta = \frac{5}{2}$$

$$\alpha = 6, \beta = \frac{5}{2} \rightarrow C = \frac{2\alpha - 1}{3\beta} = \frac{11}{3 \times \frac{5}{2}} = \frac{22}{15}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۱۱۵- گزینه «۲»

(کامران ابراهیمی)

طبق قانون اهم  $V = RI$  برای رسانای اهمی چون  $R$  ثابت می‌باشد می‌توان نوشت:

$$\frac{V_2}{I_2} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow \frac{1/2 V_1}{I_1 + 1} = \frac{V_1}{I_1} \Rightarrow 1/2 I_1 = I_1 + 1$$

$$\Rightarrow I_1 = 5 A$$



$$\frac{450}{50} = \left(\frac{4(2^2 - 1^2)}{d^2}\right)^2 \Rightarrow 9 = \left(\frac{12}{d^2}\right)^2 \Rightarrow 3 = \frac{12}{d^2} \Rightarrow$$

$$d^2 = 4 \Rightarrow d = 2 \text{ mm}$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ و ۵۲)

۱۱۸- گزینه «۳» (علیرضا جباری)

مقاومت الکتریکی  $R_2$  را بر حسب  $R_1$  به دست می‌آوریم:

$$R_2 = R_1(1 + \alpha \Delta T) \xrightarrow{\alpha = 4/21 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}, \Delta T = 50 \text{ K}}$$

$$R_2 = R_1(1 + 4/21 \times 10^{-3} \times 50) \Rightarrow R_2 = R_1(1 + 0/21) = 1/21 R_1$$

حال اگر بخواهیم سیم فلزی را تحت کشش قرار دهیم تا همین تغییر مقاومت را در دمای ثابت پیدا کند، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{L_2}{L_1} \times \frac{A_1}{A_2} \xrightarrow{\rho_1 = \rho_2, A_1 L_1 = A_2 L_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{L_1}{L_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \xrightarrow{R_2 = 1/21 R_1} 1/21 = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = 1/1$$

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{1/1 L_1 - L_1}{L_1} \times 100 = 0\%$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱۱۹- گزینه «۳» (مهری شریفی)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) مقاومت ترمیستور به دما بستگی دارد.

(۲) دیودها فقط در یک جهت جریان را عبور می‌دهند و در طرف دیگر مقاومت خیلی زیاد دارند.

(۴) با افزایش شدت نور، مقاومت LDR کاهش می‌یابد.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۳ و ۵۴ تا ۶۰)

۱۲۰- گزینه «۲» (زهرا آقامردی)

ابتدا اندازه مقاومت ترکیبی را تعیین می‌کنیم. چون مقاومت ترکیبی حلقه چهارم ندارد، به معنای تلرانس ۲۰ درصد است. در نتیجه محدوده این مقاومت را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم. توجه کنید که دو حلقه اول (از آن طرفی که به یک سر مقاومت نزدیک‌تر است) رقم اول و دوم را نشان می‌دهند و حلقه سوم ضریبی است که به صورت  $10^n$  مشخص می‌شود:

$$R = ab \times 10^n \pm \text{تلرانس} \xrightarrow{a=2 \text{ (نارنجی)}, b=5 \text{ (سیاه)}, n=0}$$

$$R = 25 \times 10^0 \pm 0/2(25 \times 10^0) \Rightarrow R = 25 \pm 7 \Rightarrow 28 < R < 42$$

طبق قانون اهم داریم:

$$V = IR \Rightarrow I = \frac{V}{R} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{5/6}{28} = 0/2A \\ I_2 = \frac{5/6}{42} = 0/133A \end{cases}$$

یعنی عددی که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد بین دو عدد  $0/133A$  و  $0/2A$  است.

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۵۴ تا ۵۸)

$$q_1 = I_1 t \Rightarrow q_1 = (\Delta A) \left(\frac{24}{60} h\right) \Rightarrow q_1 = 2Ah$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

۱۱۶- گزینه «۳» (مجتبی نگوئیاری)

ابتدا با توجه به شکل و با استفاده از رابطه مقایسه‌ای قانون اهم داریم:

$$R = \frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{V_A}{V_B} \times \frac{I_B}{I_A} \xrightarrow{V_A = V_B, I_A = 1/25(A), I_B = 4(A)}$$

$$\frac{R_A}{R_B} = 1 \times \frac{4}{1/25} = \frac{16}{5}$$

طبق رابطه بین مقاومت الکتریکی سیم و ساختمان آن در دمای ثابت می‌توان نوشت:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = \rho_B} \frac{16}{5} = \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} \quad (1)$$

از طرفی طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho' = \frac{m}{V} \xrightarrow{V = AL} \rho' = \frac{m}{AL} \Rightarrow \frac{\rho'_A}{\rho'_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\frac{\rho'_A = \rho'_B}{\frac{m_B = 5}{m_A}} \rightarrow 1 = \frac{1}{5} \times \frac{A_B}{A_A} \times \frac{L_B}{L_A}$$

$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{5} \frac{A_B}{A_A} \quad (2)$$

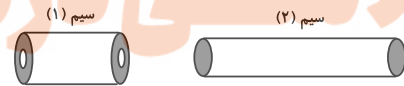
$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{16}{5} = \frac{1}{5} \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^2 \xrightarrow{A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}}$$

$$16 = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^4 \Rightarrow \frac{D_B}{D_A} = 2$$

(فیزیک ۲- جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم: صفحه‌های ۴۹ تا ۵۲)

۱۱۷- گزینه «۲» (ممدیوار سورپی)

با توجه به رابطه  $R = \frac{\rho L}{A}$  می‌توانیم بنویسیم:



$$R = \frac{\rho L}{A} \xrightarrow{V = A \cdot L \Rightarrow L = \frac{V}{A}} R = \frac{\rho \cdot V}{A} = \frac{\rho \cdot V}{A^2}$$

$$\Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \times \frac{V_2}{V_1} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \xrightarrow{\rho_2 = \rho_1, V_2 = V_1} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

$$\xrightarrow{A_1 = \pi(r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2), A_2 = \frac{\pi d^2}{4}} \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2}{\frac{d^2}{4}}\right)^2$$

$$= \left(\frac{4(r_{\text{داخلی}}^2 - r_{\text{خارجی}}^2)}{d^2}\right)^2 \xrightarrow{r_{\text{داخلی}} = 1 \text{ mm}, r_{\text{خارجی}} = 2 \text{ mm}, R_1 = 50 \Omega, R_2 = R_1 + 40 = 90 \Omega}$$



## فیزیک ۱

۱۲۱- گزینه «۳»

موارد (الف) و (ب) درست هستند.

بررسی سایر موارد:

(پ) وقتی مایعی به سرعت سرد شود، جامد بی شکل (آمورف) تشکیل می شود.  
 (ت) سطح آب در لوله موئین شیشه‌ای تمیز فرو رفته است چون دگرچسبی آب و شیشه بیشتر از هم چسبی بین مولکول‌های آب است.

(ث) آب روی سطح شیشه‌ای چرب به صورت قطره‌قطره می شود زیرا هم چسبی در این حالت بیشتر از دگرچسبی است.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۲۴ تا ۳۲)

۱۲۲- گزینه «۱»

(دانیال راستی)

با توجه به فرضیات سؤال می توان گفت جسم اول روی کوچک ترین وجه و جسم دوم روی بزرگ ترین وجه قرار دارند و داریم:

$$P_1 = \frac{m_1 g}{A_{1, \min}} = \frac{m_1 = 30 \text{ kg}}{A_{1, \min} = 0.2 \times 0.3 \text{ m}^2} \rightarrow P_1 = 5000 \text{ Pa}$$

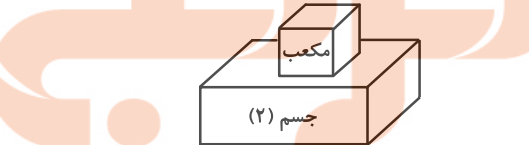
$$P_2 = \frac{m_2 g}{A_{2, \max}} = \frac{m_2 = 30 \text{ kg}}{A_{2, \max} = 0.3 \times 0.5 \text{ m}^2} \rightarrow P_2 = 2000 \text{ Pa}$$

بعد از گذاشتن مکعب روی جسم دوم خواهیم داشت:

$$P_2' = P_1 \Rightarrow \frac{(m' + m_2)g}{A_{2, \max}} = P_1$$

$$\Rightarrow \frac{(m' + 30) \times 10}{0.3 \times 0.5} = 5000 \Rightarrow m' = 45 \text{ kg} \text{ جرم مکعب}$$

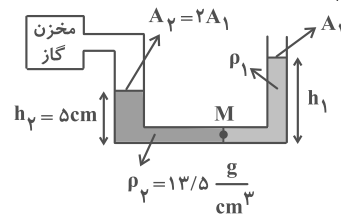
$$\Rightarrow P = \frac{m' g}{A'} = \frac{45 \times 10}{0.2 \times 0.2} = 11250 \text{ Pa}$$



(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه ۳۳)

۱۲۳- گزینه «۴»

(زهرا آقاممدری)

چون جرم جیوه  $\frac{3}{2}$  برابر جرم مایع است، داریم:

$$m_2 = \frac{3}{2} m_1 \quad m = \rho V = \rho A h \rightarrow$$

$$\rho_2 A_2 h_2 = \frac{3}{2} \rho_1 A_1 h_1 \quad A_2 = 2A_1 \rightarrow$$

$$\rho_2 (2A_1) h_2 = \frac{3}{2} \rho_1 A_1 h_1 \Rightarrow \rho_1 h_1 = \frac{4}{3} \rho_2 h_2 \quad (*)$$

چون دو مایع در حال تعادل اند، پس فشار در سمت راست و چپ نقطه M یکسان است:

$$P_{\text{جیوه}} - P_{\text{مایع}} = P_0 \Rightarrow P_{\text{کاز}} - P_0 = P_{\text{مایع}} - P_0$$

$$P_g = \rho_1 g h_1 - \rho_2 g h_2 = g(\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2) \quad (*) \rightarrow$$

$$P_g = g\left(\frac{4}{3} \rho_2 h_2 - \rho_2 h_2\right) = g\left(\frac{1}{3} \rho_2 h_2\right)$$

$$\frac{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}}{\rho_2 = 13500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}, \quad h_2 = 0.05 \text{ m}$$

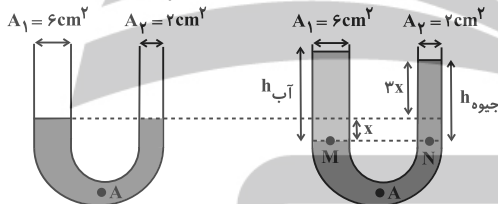
$$P_g = 10 \times \left(\frac{1}{3} \times 13500 \times 0.05\right) = 2250 \text{ Pa}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۲۴- گزینه «۴»

(محمدرضا سوربلی)

می دانیم تغییر حجم جیوه در دو شاخه در اثر اضافه شدن آب در شاخه سمت چپ یکسان است. بنابراین مطابق شکل زیر داریم:



$$h_{\text{آب}} = \frac{V}{A_1} \Rightarrow h_{\text{آب}} = \frac{40.8}{6} = 6.8 \text{ cm}$$

$$P_M = P_N \Rightarrow \rho_{\text{آب}} g h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} g h$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times 6.8 = 13600 \times 10 \times 4x$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{80} \text{ m} = 1.25 \text{ cm}$$

با توجه به این که ارتفاع جیوه در شاخه سمت راست افزایش یافته است، درمی یابیم فشار در نقطه A به اندازه  $3/75$  سانتی متر جیوه افزایش یافته است که معادل است با:

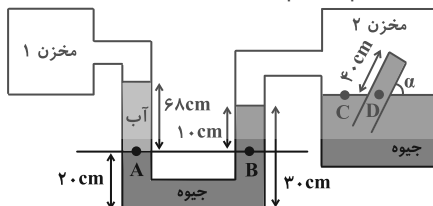
$$\Delta P = 3/75 \text{ cmHg} \xrightarrow{1 \text{ cmHg} = 10 \text{ torr}} \Delta P = 37/5 \text{ torr}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱۲۵- گزینه «۳»

(مسام ناری)

ابتدا فشار گاز مخزن ۲ را حساب می کنیم. خط هم تراز را از مرز بین آب و جیوه در نظر می گیریم و داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + P_{\text{آب}} = P_{\text{جیوه}} + P_2 \quad (۱)$$

فشار آب را بر حسب cmHg حساب کرده و بعد از رابطه بالا استفاده می کنیم:





$$h_{\text{جیوه}} = \left(\frac{\rho_{\text{آب}}}{\rho_{\text{جیوه}}}\right) h_{\text{آب}} \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = \left(\frac{1}{13/6}\right) \times 34 = 2/5 \text{ cmHg}$$

برای به دست آوردن فشار پیمانه‌ای مخزن، کافی است از قاعده هم‌فشاری استفاده کنیم:

$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{مطلق}} = P_0 + P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}}$$

$$P_{\text{مطلق}} - P_0 = P_{\text{آب}} + P_{\text{جیوه}} = 2/5 + 12/5 = 15 \text{ cmHg}$$

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای مخزن را نشان می‌دهد. بنابراین از نسبت داده شده، فشار هوا را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{P_{\text{پیمانه‌ای}}}{P_{\text{مطلق}}} = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{15}{P_{\text{مطلق}}} = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow P_{\text{مطلق}} = 90 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{مطلق}} - P_0 \Rightarrow 15 = 90 - P_0$$

$$\Rightarrow P_0 = 75 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

(علی برزگر)

۱۲۸- گزینه «۳»

جسم در مایع (۱) غوطه‌ور شده است:

$$F_b = W$$

جسم در مایع (۲) ته‌نشین شده است:

$$F_N + F_b = W \Rightarrow F_b < W$$

جسم در مایع (۳) شناور شده است:

$$F_b = W$$

لذا می‌توان نتیجه گرفت:

$$\Rightarrow (F_b)_2 < (F_b)_1 = (F_b)_3$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(مهری شریفی)

۱۲۹- گزینه «۱»

جسم‌های A و B در حالت شناوری قرار دارند. پس چگالی آن‌ها از

چگالی مایع کمتر است، اما چون A بیشتر از B داخل مایع است پس

چگالی بیشتری از B دارد. جسم‌های C و D در حالت غوطه‌وری قرار

دارند پس چگالی آن‌ها برابر و برابر چگالی مایع می‌باشد.

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(مسام تارری)

۱۳۰- گزینه «۳»

طبق اصل برنولی، هر جا سرعت شاره بیشتر باشد، فشار کمتر است و طبق

معادله پیوستگی، هر چه سطح مقطع کوچک‌تر باشد، تندی شاره بیشتر است،

یعنی:

$$P \propto A \propto \frac{1}{v}$$

پس در شکل صورت سؤال فشار در ناحیه ۱ بیشتر از ناحیه ۲ است و داریم:

$$P_1 - P_2 = \Delta P \xrightarrow{\text{تبدیل به Pa}} \Delta P = 5 \text{ cmHg}$$

$$P_1 - P_2 = 13600 \times 10 \times \frac{5}{100} = 6800 \text{ Pa}$$

فشار ناحیه ۱، ۶۸۰۰ Pa بیشتر از ناحیه ۲ است، پس مایع در شاخه چپ

لوله U شکل به اندازه h بالا می‌آید و حال مقدار h را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = 6800 = \rho g \Delta h = 13600 \times 10 \times \Delta h$$

$$\Rightarrow \Delta h = 0/2 \text{ m} = 20 \text{ cm}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۴۷)

$$(pgh)_{\text{آب}} = (pgh)_{\text{جیوه}} \Rightarrow 1 \times 68 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm} \Rightarrow P_{\text{آب}} = 5 \text{ cmHg}$$

$$\xrightarrow{(1)} P_1 + 5 = 10 + P_2 \xrightarrow{P_1 = \frac{9}{8} P_2} \frac{9}{8} P_2 = 5 + P_2$$

$$\Rightarrow \frac{P_2}{8} = 5 \Rightarrow P_2 = 40 \text{ cmHg}$$

حال به سراغ مخزن ۲ و بارومتر موجود در آن می‌رویم. با در نظر گرفتن دو نقطه هم‌تراز C و D داریم:

$$P_C = P_D \Rightarrow P_2 = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{ته‌لوله}} \Rightarrow 40 = \ell \sin \alpha + P_{\text{ته‌لوله}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{ته‌لوله}} = 40 - 40 \sin \alpha = 40(1 - \sin \alpha) \text{ cmHg}$$

اکنون با توجه به نیروی وارد بر انتهای لوله از طرف جیوه، خواهیم داشت:

$$F = P_{\text{ته‌لوله}} \times A$$

$$\Rightarrow 27/2 = 13600 \times 10 \times 40 \times 10^{-2} \times (1 - \sin \alpha) \times 10 \times 10^{-4}$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30^\circ$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

(علیرضا بیاری)

۱۲۶- گزینه «۲»

برای محاسبه فشار ناشی از هوا در یک ستون قائم می‌توان از رابطه  $P = \frac{W}{A}$

استفاده کرد که در آن W وزن ستون هوای بالای سطح A تا ارتفاع مورد نظر است. با استفاده از نمودار داده شده، فشار هوا در ارتفاع‌های ۲ کیلومتری و

۱۵ کیلومتری از سطح زمین را پیدا می‌کنیم و در رابطه قرار می‌دهیم:

$$P_1 - P_2 = \frac{W_1}{A} - \frac{W_2}{A} \quad P_1 = 80 \text{ kPa} = 8 \times 10^4 \text{ Pa}, \quad A = 4 \text{ m}^2$$

$$P_2 = 10 \text{ kPa} = 1 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$8 \times 10^4 - 1 \times 10^4 = \frac{W_1 - W_2}{4} \Rightarrow W_1 - W_2 = 28 \times 10^4 \text{ N}$$

بنابراین وزن ستون هوای بالای سطح A در ارتفاع ۲ کیلومتری از وزن

ستون هوای بالای آن سطح در ارتفاع ۱۵ کیلومتری،  $28 \times 10^4 \text{ N}$  بیشتر

است. پس می‌توان نوشت:

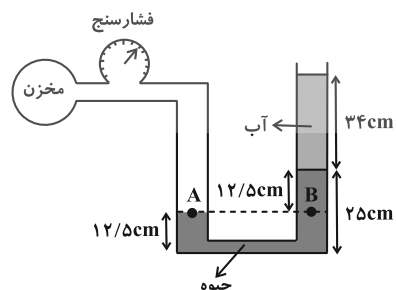
$$mg = 28 \times 10^4 \text{ N} \xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} m = 2/8 \times 10^4 \text{ kg}$$

(فیزیک ۱- ویژگی‌های فیزیکی مواد؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

(سیرمه‌لیمه میرضالی)

۱۲۷- گزینه «۳»

در مرحله اول فشار ستون آب را برحسب cmHg به دست می‌آوریم:



## شیمی ۲

## ۱۳۱- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی/دوست)

زیرا مجموع درصد جرمی جامدهای یونی  $(\text{MgO}, \text{Na}_2\text{O}, \text{Al}_2\text{O}_3, \text{Fe}_2\text{O}_3)$  از مجموع درصد جرمی مواد دیگر  $(\text{Au}, \text{H}_2\text{O}, \text{SiO}_2)$  کمتر است.

بررسی درستی گزینه «۱»:  
 $\frac{50}{100} \times 13 \times 32 = 6 / 66 \text{ g}$   
 $100 - 6 / 66 = 93 / 35 \text{ g}$  جرم نمونه جدید

$\% \text{SiO}_2 = \frac{46 / 2}{93 / 34} \times 100 = 49 / 496$   
 $49 / 496 - 46 / 2 = 3 / 296 \approx 3 / 3 \%$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۶۷ تا ۶۹)

## ۱۳۲- گزینه «۱»

(روزبه رضوانی)

بررسی عبارت‌های نادرست:  
 (آ)  $\text{Si}^{14}$  درست است.

(ب) یون تک اتمی از کربن و سیلیسیم (نه همهٔ عنصرهای گروه ۱۴) در هیچ ترکیبی شناخته نشده است. اما یون تک‌اتمی از عناصر دیگر گروه ۱۴

شناخته شده است؛ مثلاً  $\text{Pb}^{2+}$

(ت) اتم‌های سیلیسیم در رأس‌های آن قرار دارند، نه اتم‌های اکسیژن.  
 (شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۳۳- گزینه «۱»

(پیمان شواپوی‌مه‌ر)

تنها عبارت چهارم صحیح است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

● شکل مدل گلوله و میله برای گرافن را نمایش می‌دهد.

● گرافن شفاف و انعطاف‌پذیر است.

● حلقه‌های گرافن به حلقهٔ بنزن شباهت بیشتری نسبت به سیکلوهگزان دارند. (به علت پیوندهای دوگانه)

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

## ۱۳۴- گزینه «۴»

(روزبه رضوانی)

هر مترمربع برابر  $10^4 \text{ cm}^2$  است، از سویی ضخامت هر لایهٔ گرافن با قطر یک اتم کربن برابر است.

$$\frac{2 / 25}{10^4 \text{ cm}^2} = \frac{0 / 75 \times 10^{-3} \text{ g}}{\text{ضخامت}} \Rightarrow \text{ضخامت} = 3 / 3 \times 10^{-8} \text{ cm}$$

$$\text{ضخامت} = 3 / 3 \times 10^{-8} \text{ cm} \times \frac{10^7 \text{ nm}}{1 \text{ cm}} = 3 / 3 \times 10^{-1} \text{ nm}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۰ و ۷۱)

## ۱۳۵- گزینه «۲»

(علیرضا کیانی/دوست)

بررسی موارد نادرست:

مورد دوم: سیلیس خالص به دلیل داشتن خواص نوری ویژه در ساخت منشورها و عدسی‌ها به کار می‌رود.

مورد سوم: بیش از ۹۰٪ پوستهٔ جامد زمین را ترکیب‌های گوناگون دو عنصر اکسیژن و سیلیسیم تشکیل می‌دهند که  $\text{SiO}_2$  فراوان‌ترین اکسید در این لایه از سیارهٔ ما به شمار می‌رود.

مورد چهارم: تاکنون از  $\text{C}$  و  $\text{Si}^{14}$  یون تک اتمی در هیچ ترکیبی شناخته نشده است.

مورد ششم:  $\text{CO}_2(\text{s})$  یک جامد مولکولی است، یعنی شامل مولکول‌های مستقل و جدا از هم است که در هر مولکول شمار معینی اتم با پیوند اشتراکی به هم متصل شده‌اند نه این‌که همهٔ اتم‌ها در یک شبکهٔ سه بعدی به هم متصل شده باشند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۶۷ تا ۷۴)

## ۱۳۶- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

الماس، گرافیت و گرافن به دلیل وجود پیوندهای اشتراکی میان میلیون‌ها اتم کربن، جامد کووالانسی بوده و یخ به دلیل دارا بودن همزمان پیوندهای اشتراکی و نیروهای بین مولکولی که از ویژگی‌های یک ترکیب مولکولی است، جامد مولکولی محسوب می‌شود. در میان الماس، گرافیت و گرافن، تنها گرافن ساختار دویعدی داشته، ولی چینش اتم‌ها در گرافیت و گرافن دویعدی است. پیوندهای موجود در الماس و گرافن فقط از نوع اشتراکی (کووالانسی) و در گرافیت به دلیل ساختار لایه‌لایه و منسجم آن، هم پیوند اشتراکی (در لایه‌ها) و هم جاذبهٔ وان‌دروالسی (برای اتصال لایه‌ها به هم) وجود دارد. همهٔ این ترکیب‌ها ساختار شبکه‌ای شش ضلعی دارند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۴ تا ۷۴)

## ۱۳۷- گزینه «۲»

(روزبه رضوانی)

سطح آنتالپی الماس از گرافیت بالاتر است، بنابراین از سوختن الماس در مقایسه با گرافیت گرمای بیشتری آزاد می‌شود.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه ۷۱)

## ۱۳۸- گزینه «۲»

(محمدرضا پورجوادی)

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

سیلیس ساختاری گول‌آسا و سخت دارد. اما یک جامد کووالانسی است و استفاده از عبارت «فرمول مولکولی» برای آن نادرست است.

سیلیس ماده‌ای پایدار است و کوآرتز شکل خالص آن در طبیعت می‌باشد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## ۱۳۹- گزینه «۲»

(هاری مهری‌زاده)

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب) شمار اتم‌های متصل شده به هر اتم کربن در گرافیت و الماس به ترتیب برابر ۳ و ۴ است.

(ت) آنتالپی پیوند میان اتم‌های الماس کمتر از گرافیت است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

## ۱۴۰- گزینه «۳»

(امسان پنبه‌شاهی)

طبق شکل‌های صفحه‌های ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی در  $\text{SCO}$  اتم‌های C و S با رنگ آبی و اتم O با رنگ قرمز نشان داده شده‌اند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۷)

## شیمی ۳- پیشروی سریع

## ۱۴۱- گزینه «۱»

(پیمان شواپوی‌مه‌ر)

عبارت‌های (آ) و (ت) صحیح‌اند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

(ب)  $\text{NaCl}$  یک ترکیب یونی است و از مولکول تشکیل نشده است.

(پ) C، معرف منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی است.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه ۷۸)

## ۱۴۲- گزینه «۱»

(محمدرضا عظیمیان/زواره)

بررسی عبارت‌ها:

(آ) درست

(ب) درست؛ زیرا تفاوت نقطهٔ ذوب و جوش  $\text{HF}$  بیشتر است.

(پ) درست

(ت) درست

(ث) نادرست؛ هر ترکیب یونی دوتایی را می‌توان فراوردهٔ واکنش یک فلز با یک نافلز دانست.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندرگاری، صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

## ۱۴۳- گزینه «۳»

(ممدرضا پوریاوید)

فرمول ترکیب‌های یونی توصیف شده به ترتیب به صورت  $\text{NaX}$ ،  $\text{MgX}_2$ ،  $\text{CaX}_2$  و  $\text{KX}$  می‌باشند. برای آنتالپی فروپاشی این ترکیب‌ها ابتدا می‌توان بار یون‌های سازنده آن‌ها را بررسی کرد. هر قدر مجموع قدرمطلق بار یون‌ها در یک ترکیب بیشتر باشد، آنتالپی فروپاشی آن بیشتر خواهد بود:

| فرمول شیمیایی ترکیب      | $\text{NaX}$    | $\text{MgX}_2$  | $\text{CaX}_2$  | $\text{KX}$     |
|--------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| مجموع قدرمطلق بار یون‌ها | $ (+1)+(-1) =2$ | $ (+2)+(-1) =3$ | $ (+2)+(-1) =3$ | $ (+1)+(-1) =2$ |

به این ترتیب می‌توان نتیجه گرفت:

$\text{CaX}_2 > \text{NaX}$ ،  $\text{KX}$ ،  $\text{MgX}_2$ : آنتالپی فروپاشی

از طرفی هر قدر شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد، آنتالپی فروپاشی ترکیب یونی آن‌ها بیشتر خواهد بود. بنابراین خواهیم داشت:

$\text{Na}^+ < \text{K}^+$ ،  $\text{Mg}^{2+} < \text{Ca}^{2+}$ : شعاع یونی

$\text{NaX} > \text{CaX}_2$ ،  $\text{MgX}_2 > \text{CaX}_2$ : آنتالپی فروپاشی

به این ترتیب آنتالپی‌های فروپاشی داده شده مربوط به ترکیب‌های زیر بوده و دومین فلز قلبایی جدول (Na) دارای آنتالپی فروپاشی  $150 \text{ kJ}$  خواهد بود.

| فرمول شیمیایی ترکیب | $\text{KX}$ | $\text{NaX}$ | $\text{CaX}_2$ | $\text{MgX}_2$ |
|---------------------|-------------|--------------|----------------|----------------|
| آنتالپی فروپاشی     | +۱۰۰۰       | +۱۵۰۰        | +۲۰۰۰          | +۲۵۰۰          |

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

## ۱۴۴- گزینه «۳»

(علیرضا کیانی‌روست)

بررسی گزینه‌ها:

(۱) درست:  $\text{Y}^{2-}$  بیشترین شعاع اتمی و  $\text{O}^+$  کمترین شعاع اتمی را دارد.  
(۲) درست: با توجه به این که مجموع قدرمطلق بار کاتیون و بار آنیون در  $\text{MgS}$  از  $\text{Na}_2\text{O}$  بیشتر است چگالی بار بیشتری دارد.  
(۳) نادرست: با توجه به نمودار کتاب می‌توان دریافت که اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{NaF}$  و  $\text{KBr}$  بیشتر از اختلاف آنتالپی فروپاشی  $\text{LiBr}$  و  $\text{KF}$  است.

(۴) درست  $\text{NaCl(s)} + 787 \text{ kJ} \rightarrow \text{Na}^+(\text{g}) + \text{Cl}^-(\text{g})$

$$25 \text{ g اختلاف} \times \frac{1 \text{ mol NaCl}}{58.5 \text{ g}} \times \frac{787 \text{ kJ}}{1 \text{ mol NaCl}} = 1574 \text{ kJ}$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۳)

## ۱۴۵- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

از واکنش فلز سدیم با گاز کلر جامد یونی سفیدرنگی حاصل می‌شود که همان نمک خوراکی بوده و در ترکیب حاصل شده ( $\text{NaCl}$ ) شعاع نافلز که از  $\text{Cl}$  به  $\text{Cl}^-$  تبدیل می‌شود، برخلاف فلز که از  $\text{Na}$  به  $\text{Na}^+$  تبدیل می‌شود، افزایش می‌یابد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۸، ۷۹، ۸۳ تا ۸۴)

## ۱۴۶- گزینه «۲»

(ممدرضا پوریاوید)

محلول‌های فرضی داده شده دارای یون‌های متفاوتی از وانادیم بوده و رنگ بازتاب شده از آن‌ها نیز با یکدیگر متفاوت است.

| فرمول شیمیایی ترکیب | $\text{VO}$     | $\text{V}(\text{SO}_4)_2$ | $\text{V}(\text{NO}_3)_3$ |
|---------------------|-----------------|---------------------------|---------------------------|
| یون موجود در ترکیب  | $\text{V}^{2+}$ | $\text{V}^{4+}$           | $\text{V}^{3+}$           |
| رنگ بازتاب شده      | بنفش            | آبی                       | سبز                       |

از مقایسه طول موج‌های نورهای بازتاب شده خواهیم داشت:

$$\text{بنفش} > \text{آبی} > \text{سبز} \quad \text{طول موج} \\ (\text{V}^{2+}) \quad (\text{V}^{4+}) \quad (\text{V}^{3+})$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۳ تا ۸۶)

## ۱۴۷- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی‌مهر)

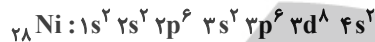
بررسی موارد:

(آ) نادرست: عدد اکسایش تیتانیم در  $\text{TiO}_2$  برابر ۴+ است در حالی که عدد اکسایش کربن در  $\text{CHCl}_3$  برابر ۲+ است.

(ب) نادرست: چگالی فولاد از تیتانیم بیشتر است پس در جرم برابر از این دو ماده حجم فولاد کمتر است.

(پ) درست: نقطه ذوب تیتانیم از فولاد بیشتر است و مقاومت هر دو ماده در برابر سایش عالی است.

(ت) درست: ذوب و مخلوط کردن تیتانیم و نیکل منجر به تولید آلیاژ هوشمند می‌شود. نیکل در لایه سوم خود ۱۶ الکترون دارد.



(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۷، ۸۵ و ۸۷)

## ۱۴۸- گزینه «۳»

(هاری مهری‌زاده)

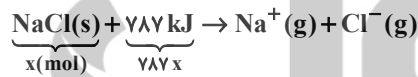
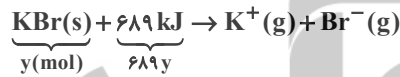
آنتالپی فروپاشی شبکه همانند نقطه ذوب، با مقدار قدرمطلق بار الکتریکی کاتیون و آنیون رابطه مستقیم دارد.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۸۰ تا ۸۶)

## ۱۴۹- گزینه «۴»

(امیر هاتمیان)

فرض می‌کنیم  $x$  مول  $\text{NaCl}$  و  $y$  مول  $\text{KBr}$  داریم:



$$\text{جرم } 119y : \text{KBr} \Rightarrow \text{جرم مولی } n \times \text{جرم}$$

$$\text{جرم } 58.5x : \text{NaCl} \Rightarrow \text{جرم مولی } n \times \text{جرم}$$

$$\text{جرم NaCl} + \text{جرم KBr} = 412g$$

$$\begin{cases} 689y + 787x = 3739 \\ 119y + 58.5x = 412 \end{cases} \Rightarrow x = 3, y = 2$$

حل دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول

$$\text{جرم } \text{KBr} = \frac{\text{جرم KBr}}{\text{جرم اولیۀ مخلوط}} \times 100$$

$$= \frac{119 \times 2}{412} \times 100 = 57.8\%$$

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

## ۱۵۰- گزینه «۳»

(امیر هاتمیان)

شکل (A) همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند. بنابراین به رنگ سیاه دیده می‌شود و می‌تواند دوده باشد.

شکل (B) همه طول موج‌های مرئی را بازتاب می‌کند. بنابراین به رنگ سفید دیده می‌شود و می‌تواند ترکیب ( $\text{TiO}_2$ ) تیتانیم دی‌اکسید باشد.

ترکیب  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  رنگ‌دانه معدنی است که به رنگ قرمز دیده می‌شود، یعنی بخشی از طول موج مرئی را جذب می‌کند و باقی‌مانده آن یعنی طول موج‌های مربوط به رنگ قرمز را بازتاب می‌کند.

(شیمی ۳- شیمی، پلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری: صفحه ۸۳)

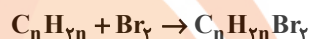


## شیمی ۲

۱۵۱- گزینه «۲»

(پارسا عیوض پور)

اگر فرمول ترکیب اولیه  $C_nH_{2n}$  باشد و با محلول قرمز برم واکنش داده باشد، پس قطعاً آلکن بوده است.



$$\text{درصد افزایش جرم} = \frac{2 \times 80}{12n + 2n} \times 100 = 10n$$

$$\Rightarrow \frac{160}{14n} \times 100 = n \Rightarrow 1600 = 14n^2 \Rightarrow n^2 = \frac{1600}{14}$$

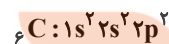
$$= \frac{800}{7} \Rightarrow n = \sqrt{\frac{800}{7}} \approx 11$$

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۰ و ۳۱)

۱۵۲- گزینه «۳»

(پیمان فواجوی میر)

در آخرین زیرلایه اتم کربن ۲ الکترون وجود دارد.



(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۵۳- گزینه «۳»

(محمدرضا پورفاویر)

بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) عمده‌ترین قسمت نفت خام را هیدروکربن‌ها (نه کربوهیدرات‌ها) تشکیل داده‌اند.

(۲) کمتر از ۱۰ درصد نفت خام مصرفی در دنیا برای تولید الیاف و پارچه، شوینده‌ها، مواد آرایشی و بهداشتی، رنگ، پلاستیک، مواد منفجره و لاستیک به کار می‌رود.

(۴) نفت خام مایعی غلیظ (و نه رقیق) است که رنگ آن سیاه یا قهوه‌ای متمایل به سبز است.

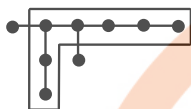
(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۲۹ تا ۳۱)

۱۵۴- گزینه «۲»

(محمدرضا عظیمیان زواره)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ نام درست آن ۳، ۴- دی متیل هپتان می‌باشد.



(ب) درست (۳، ۳- دی اتیل پنتان)



(پ) درست؛ فرمول مولکولی آن  $C_9H_{20}$  می‌باشد. شمار پیوندهای C-C در آلکان‌ها برابر است با  $n-1$ ، بنابراین ۸ پیوند C-C در آن وجود دارد که با شمار اتم‌های H در  $C_9H_{20}$  برابر است.

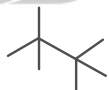
(ت) درست؛ گاز (آلکان) مورد استفاده در فندک، بوتان ( $C_4H_{10}$ ) می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدایای زمینی را بدانیم؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۵۵- گزینه «۱»

(پارسا عیوض پور)

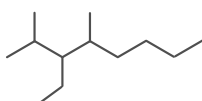
۲، ۲، ۳، ۳- تترا متیل بوتان



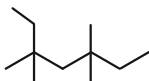
۲، ۲، ۴، ۴- تترا متیل پنتان



۳- اتیل - ۴، ۲- دی متیل اوکتان



۳، ۳، ۵، ۵- تترا متیل هپتان





بررسی سایر گزینه‌ها:

(۱) حلقه بنزن در ساختار حفظ شده پس خاصیت آروماتیکی را داراست.

(۲) قطبیت C و H تفاوت خاصی با یکدیگر ندارد، پس گشتاور دوقطبی

تغییر خاصی نخواهد کرد.

(۳) فرمول مولکولی نفتالن  $C_{10}H_8$  است ولی فرمول مولکولی ترکیب جدید

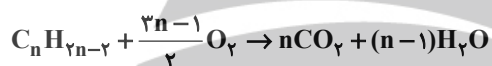
$C_{15}H_{24}$  است.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۳)

(هدای موری زاده)

۱۵۹- گزینه «۱»

معادله سوختن کامل آلکین‌ها به صورت زیر است:



$$? g H_2O = 0.25 \text{ mol آلکین} \times \frac{(n-1) \text{ mol } H_2O}{1 \text{ mol آلکین}} \times \frac{18 g H_2O}{1 \text{ mol } H_2O}$$

$$= 13.5 g H_2O \Rightarrow n = 4$$

$$C_4H_6 \Rightarrow C \text{ درصد جرمی} = \frac{(4 \times 12)}{(4 \times 12) + (6 \times 1)} \times 100 = 89\%$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۲)

(مهمر عظیمیان زواره)

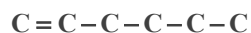
۱۶۰- گزینه «۳»

آلکن‌ها تنها دارای یک پیوند دوگانه‌اند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

(۱) از اتن ( $C_2H_2$ ) برای این منظور استفاده می‌شود.

(۲) در  $C_6H_{12}$  چهار پیوند C-C وجود دارد.



(۴) حالت فیزیکی اتانول  $C_2H_5OH$  و  $C_4H_9Br$  در دما و فشار اتاق،

مایع می‌باشد.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

$$\Rightarrow (2+2+3+3) + (2+2+4+4) + (3+2+4) + (3+3+5+5) = 47$$

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

(روزبه رضوانی)

۱۵۶- گزینه «۴»

بررسی موارد:



(آ) درست:

(ب) درست

(پ) نادرست؛ فرآورده واکنش ۱ و ۲ دی برمواتان نام دارد.

(ت) درست؛ هر مول اتن با جذب ۱ مول گاز هیدروژن یا ۲ مول اتم هیدروژن

به آلکان تبدیل شده و سیر می‌شود.

(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه‌های ۴۰ و ۴۸)

(علیرضا کیانی دوست)

۱۵۷- گزینه «۳»

فرمول عمومی آلکین‌ها  $C_nH_{2n-2}$  می‌باشد.

$$\frac{2n-2}{n-2} = 2/4 \Rightarrow 2n-2 = 2/4n - 4/4n \Rightarrow n = 7$$



$$28/18 g C_7H_{12} \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_{12}}{96 g C_7H_{12}} \times \frac{5 \text{ mol اختلاف}}{1 \text{ mol } C_7H_{12}} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol}}$$

$$= 9.03 \times 10^{23}$$

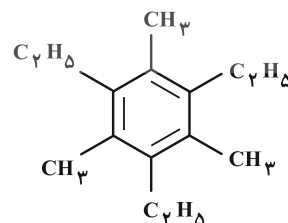
(شیمی ۲- قدر هدرایای زمینی را برانیم: صفحه ۴۱)

(روزبه رضوانی)

۱۵۸- گزینه «۴»



بنزن





## شیمی ۱

۱۶۱- گزینه «۳»

(هدی بهاری پور)

بررسی موارد:

(آ) نادرست؛ بیشترین مقدار انرژی مربوط به انتقال H است. اختلاف تعداد تراز در انتقال های D و H با هم برابر است ولی چون فاصله ترازها در لایه های پایین تر از هم بیشتر است پس اختلاف انرژی بیشتری نیز دارند.

(ب) درست

(پ) درست

(ت) نادرست؛ در انتقال E، الکترون انرژی را جذب کرده است.

(ث) درست

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه های ۲۶ و ۲۷)

۱۶۲- گزینه «۳»

(پیمان فواپوی مهر)

با توجه به الگوهای طیف داده شده، در این نمونه فلزهای C و E قرار دارند.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه ۳۴)

۱۶۳- گزینه «۴»

(هاری مهدی زاده)

بررسی موارد:

(آ) عنصری که در دوره ۴ و گروه ۷ قرار دارد،  ${}_{25}\text{Mn}$  است که آرایش الکترونی فشرده کاتیون  ${}_{25}\text{Mn}^{3+}$  به صورت  $[\text{Ar}] 3d^4$  می باشد. دقت شود که به هنگام تشکیل کاتیون رسیدن به زیرلایه  $d^4$  و  $d^9$  با مانع است. (ب) در دوره چهارم، لایه چهارم تنها شامل زیرلایه های  $4s$  و  $4p$  می شود که حداکثر ۸ الکترون می توانند دریافت کنند.

(پ) در دوره چهارم جدول تناوبی، عناصر  ${}_{19}\text{K}$ ،  ${}_{24}\text{Cr}$ ،  ${}_{29}\text{Cu}$  و  ${}_{33}\text{As}$  دارای آخرین زیرلایه نیمه پر هستند.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه های ۲۸ تا ۳۴)

۱۶۴- گزینه «۴»

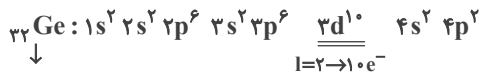
(روزبه رضوانی)

بررسی موارد:

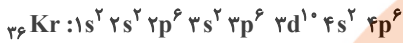
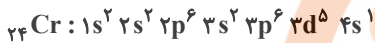
(آ) نادرست؛ حداکثر تعداد الکترون ها در هر زیرلایه برابر  $2l+1$  در هر لایه برابر  $2n^2$  است.

(ب) نادرست؛  $n+l$  برای  $6s$  و  $4f$  به ترتیب برابر ۶ و ۷ است، پس  $4f$ دیرتر از  $6s$  پر می شود.

(پ) نادرست.



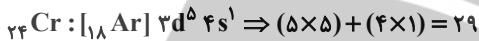
عنصر زیرین

(ت) نادرست؛  $d \rightarrow 5e^-$        $s \rightarrow 7e^-$ 

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه های ۲۸ تا ۳۴)

(پیمان فواپوی مهر)

۱۶۵- گزینه «۲»

مجموع  $n+l$  برای الکترون های ظرفیت  ${}_{29}\text{Cr}$  برابر ۲۹ است.پس A عنصر  ${}_{29}\text{Cu}$  است.• محلول  $\text{CuSO}_4$  در آب، آبی رنگ است.

• رنگ شعله ترکیبات مس، سبز رنگ است که طول موج کمتری نسبت به رنگ زرد دارد.

•  ${}_{29}\text{Cu}$  در دوره ۴ و گروه ۱۱ قرار دارد. اختلاف دوره و گروه آن برابر ۷ است که با عدد اتمی  ${}_{29}\text{N}$  (از دسته p) برابر است.

• در آرایش الکترونی  ${}_{29}\text{Cu}^{2+}$ ، ۹ الکترون با  $n+l=5$  وجود دارد.

(شیمی ۱- کیهان زاگراه الفبای هستی؛ صفحه های ۲۲، ۳۰ تا ۳۴)

۱۶۶- گزینه «۴»

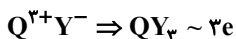
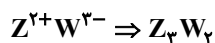
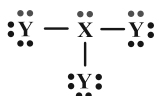
(علیرضا کیانی دوست)

بررسی موارد:

مورد اول؛ نادرست؛ با توجه به آرایش های الکترونی می توان دریافت که عدد

اتمی عنصرهای موجود به صورت  ${}_{13}\text{Q}$ ،  ${}_{17}\text{W}$ ،  ${}_{56}\text{Z}$ ،  ${}_{35}\text{Y}$ ،  ${}_{18}\text{X}$ 

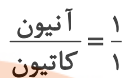
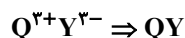
می باشد.



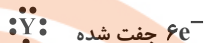
مورد دوم؛ درست



مورد سوم: نادرست



مورد چهارم: نادرست



$$\frac{6}{3} = 2$$

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۶۷- گزینه «۳»

(ممد عظیمیان زواره)



$$\frac{3}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$$

بررسی گزینه‌های نادرست:

(۱) زیرا مجموع بار الکتریکی کاتیون و آنیون در آن برابر است.

(۲) در ترکیب یونی  $MBr_p$  عنصر  $M$  نمی‌تواند کلسیم ( $Ca$ ) باشد.(۴) فرمول اکسید عنصر  $A$  به صورت  $AO$  می‌باشد.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۸- گزینه «۳»

(هدی بهاری پور)

فرمول شیمیایی کلسیم فسفید  $Ca_3P_2$  است و نسبت شمار کاتیون به آنیوندر آن  $\frac{3}{2}$  است.

بررسی موارد:



پس در موارد ب و پ نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیبات ارائه شده در

آنها با کلسیم فسفید برابر است.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۱۶۹- گزینه «۴»

(ممد رضا پریاویز)

بررسی موارد:

مورد اول: الکترونی که دارای عدد کوانتومی  $n = 3$  است به یکی اززیرلایه‌های  $3s$ ،  $3p$ ، و  $3d$  با  $3d$  تعلق دارد. زیرلایه  $3d$  در بین اینزیرلایه‌ها دارای  $l = 2$  است و عبارت اول می‌تواند درست باشد.عبارت دوم: زیرلایه‌هایی مانند  $4p$ ،  $5p$ ،  $6p$  و  $7p$  همگی دارای $l = 1$  هستند و سطح انرژی آنها از الکترونی با  $n = 3$  بالاتر خواهد بود.مورد سوم: زیرلایه‌ای با  $l = 3$  شامل زیرلایه‌های  $4f$ ،  $5f$ ، ... است کههیچ یک دارای  $n = 3$  نیستند.مورد چهارم: لایه سوم ( $n = 3$ ) ظرفیت پذیرش ۱۸ الکترون را دارد. بنابراینالکترونی با  $n = 3$  می‌تواند در کنار خود ۱۷ الکترون دیگر را نیز داشته باشد.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۰)

۱۷۰- گزینه «۴»

(مینم کوثری لشکری)

عبارت‌های آ و ت درست هستند.

آ) عنصرهای  $K$  ۱۹ و  $Cr$  ۲۴ و  $Cu$  ۲۹ در آخرین زیرلایه خود آرایشب) در این دوره  $Ca$  ۲۰ و همه عنصرهای واسطه به جز  $Cr$  ۲۴ و  $Cu$  ۲۹که شامل ۸ عنصر هستند دارای آرایش  $4s^2$  در آخرین زیرلایه خود هستندو  $Kr$  ۳۶ هم با آرایش  $4p^6$  در آخرین زیرلایه خود، همگی در آخرین

زیرلایه از الکترون پر هستند که مجموعاً ۱۰ عنصر هستند.

پ) در مجموع ۸ عنصر دارای زیرلایه پر با  $n+l = 5$  هستند. ( $3d$  و  $4p$ )دارای این ویژگی هستند) از عنصر  $Cu$  ۲۹ به بعد در  $3d$  دارای ۱۰

الکترون وجود دارد یعنی از گروه ۱۱ تا ۱۸ که شامل ۸ عنصر است. (عنصر

گروه ۱۸ یعنی  $Kr$  ۳۶ دارای آرایش  $4p^6$  در زیرلایه آخر است ودوزیرلایه کاملاً پر با  $n+l = 5$  دارد.)ت) ( $l = 2$  یعنی زیرلایه  $d$ ) دو عنصر  $Cr$  ۲۴ و  $Mn$  ۲۵ به ترتیب باآرایش  $3d^5 4s^1$  و  $3d^5 4s^2$  [Ar] ۱۸ و ویژگی مورد نظر را دارند و۵ الکترون در  $3d$  دارند.

(شیمی ۱- کیهان زاگره الفبای هستی: صفحه‌های ۳۲ و ۳۳)